Home | Startseite | Impressum | Kontakt | Gästebuch

Aufgabe: Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem ein Pfeil unter einem bestimmten Winkel abgeschossen werden muß, um einen Reiter in vollem Galopp zu treffen. Wie wird diese Aufgabenstellung im Prinzip durch ein neuronales Netzwerk gelöst?

Lösung: Betrachten wir zur Veranschaulichung die Situation in Abb. 1. Wir lösen das Problem ohne Beschränkung der Allgemeinheit zweidimensional und ohne die Gravitation zu berücksichtigen.

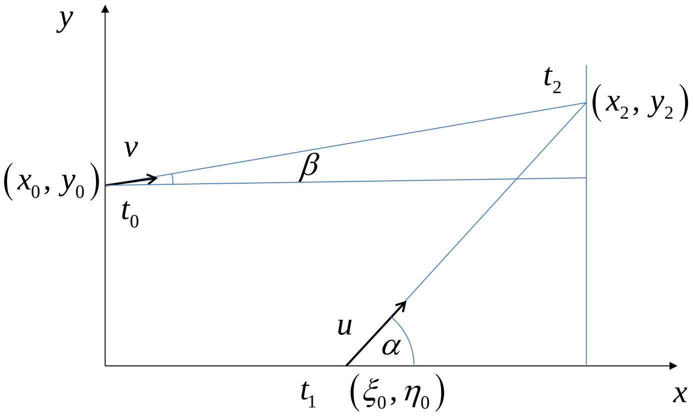

Abbildung 1. Geometrie der Aufstellung von Reiter und Bogenschütze

Der Reiter befinde sich zur Zeit t_0 am Ort (x_0, y_0), der Bogenschütze am Ort (ξ_0, η_0). Zur Zeit t_2 trifft der Pfeil den Reiter am Ort (x_2, y_2). Gesucht wird die Zeit t_1, zu der der Bogenschütze seinen Pfeil unter einem bestimmten Winkel α abschießen muß, um den Reiter zu treffen. Die Geschwindigkeiten v und u von Roß und Pfeil seien bekannt, ebenso wie der Zeitpunkt t_0, zu dem der Reiter losgaloppiert, und der Winkel β, unter dem der Pfeil abgeschossen wird. Gemäß unserer Geometrie gelten folgende Bewegungsgleichungen. Für den Reiter gilt

$$x(t) = x_0 + v_x(t - t_0), \quad y(t) = y_0 + v_y(t - t_0)$$

mit

$$v_x = v\cos\beta, \quad v_y = v\sin\beta,$$

und für den Pfeil

$$\xi(t) = \xi_0 + u_x(t - t_1), \quad \eta(t) = \eta_0 + u_y(t - t_1),$$

mit

$$u_x = u\cos\alpha, \quad u_y = u\sin\alpha.$$

Die Bedingung für einen Treffer lautet $x(t_2) = \xi(t_2)$, $y(t_2) = \eta(t_2)$ bzw.

$$x_0 + v_x(t_2 - t_0) = \xi_0 + u_x(t_2 - t_1),$$
$$y_0 + v_y(t_2 - t_0) = \eta_0 + u_y(t_2 - t_1).$$

Lösen wir die erste Gleichung nach t_2 auf, d.h.

$$t_2 = \frac{\xi_0 - x_0 + v_x t_0 - u_x t_1}{v_x - u_x},$$

und setzen diesen Ausdruck in die zweite ein, so folgt daraus der Zeitpunkt des Pfeilabschusses, den der Schütze „im Gefühl" haben muß:

$$t_1 = \frac{(v_x - u_x)(\eta_0 - y_0 + v_y t_0) - (v_y - u_y)(\xi_0 - x_0 + v_x t_0)}{v_x u_y - v_y u_x}.$$

Eliminieren wir die Geschwindigkeitskomponenten durch die Winkel, dann vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$t_1 = \frac{(v\cos\beta - u\cos\alpha)(\eta_0 - y_0 + vt_0\sin\beta) - (v\sin\beta - u\sin\alpha)(\xi_0 - x_0 + vt_0\cos\beta)}{vu\sin(\alpha - \beta)}.$$

Wenn der Bogenschütze nun halbwegs intelligent ist, schießt er seinen Pfeil unter einem Winkel von 90° zur Bewegungsrichtung des Reiters ab. Dann ist

$$t_1 - t_0 = \frac{(v\cos\beta + u\sin\beta)(\eta_0 - y_0) - (v\sin\beta - u\cos\beta)(\xi_0 - x_0)}{vu}.$$

Im gedrehten Koordinatensystem gilt $\beta = 0,$ so daß

$$t_1 - t_0 = \frac{\tilde{\eta}_0 - \tilde{y}_0}{u} + \frac{\tilde{\xi}_0 - \tilde{x}_0}{v}.$$

Wählen wir unser Koordinatensystem nun noch so, daß für die transformierten Koordinaten $\tilde{x}_0 = \tilde{\eta}_0 = 0$ gilt, so ist

$$t_1 - t_0 = \frac{\tilde{\xi}_0}{v} - \frac{\tilde{y}_0}{u}.$$

Ein geübter Bogenschütze wartet also genau so lange, wie er glaubt, daß der Reiter braucht, bis er im rechten Winkel an ihm vorbeireitet, und zieht davon die Zeit, die sein Pfeil zum Überwinden der lotrechten Distanz benötigt, ab. Bedingung für einen Treffer ist lediglich, daß die Differenz der Schätzgrößen positiv ist:

$$\frac{\tilde{\xi}_0}{v} \geq \frac{\tilde{y}_0}{u}.$$

