

Aufgabe: Zeigen Sie, daß eine ovale Kopfform bei gleichem Schädelvolumen eine größere Oberfläche aufweist als die runde. Welche Schlußfolgerungen ziehen Sie daraus?

Lösung: Wir definieren die Kopfform als Ellipsoid mit den Halbachsen a , b und c und setzen zunächst die Volumina von Ellipsoid und Kugel gleich:

$$V = \frac{4\pi}{3} abc = \frac{4\pi}{3} R^3,$$

wobei der Kopfradius R des runden Kopfes mit der Oberfläche

$$S_0 = 4\pi R^2$$

eine Konstante sei. Die Oberfläche S des ovalen Kopfes erhalten aus der Formel des verlängerten (prolaten) Ellipsoids mit $a > b = c$ zu

$$S = 2\pi c^2 \left(1 + \frac{a}{c} \frac{\arcsin \sqrt{1 - \left(\frac{c}{a}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{c}{a}\right)^2}} \right).$$

Setzen wir in diesen Ausdruck die Relation

$$ac^2 = R^3$$

der Volumenkonstanz ein, reduziert sich die Fläche auf eine Funktion mit nur einer Variablen a :

$$S = 2\pi R^2 \left(\frac{R}{a} + \frac{\arcsin \sqrt{1 - \left(\frac{R}{a}\right)^3}}{\sqrt{\frac{R}{a}} \sqrt{1 - \left(\frac{R}{a}\right)^3}} \right).$$

Führen wir nun noch die normierte Größe $x = a/R$ ein, so lautet dieser Ausdruck für $x \geq 1$:

$$S(x) = \frac{S_0}{2} \left(\frac{1}{x} + \sqrt{x} \frac{\arcsin \sqrt{1 - 1/x^3}}{\sqrt{1 - 1/x^3}} \right).$$

Im Grenzfall $x = 1$ ist

$$\lim_{x \rightarrow 1} S(x) = S_0,$$

für $x \rightarrow \infty$ ergibt sich

$$\lim_{x \rightarrow \infty} S(x) = \frac{\pi}{4} S_0 \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} = \infty.$$

Die Kopfoberfläche nimmt also bei konstantem Kopfvolumen mit wachsender Ovalität kontinuierlich zu. Die kreisrunde Kopfform ist damit physikalisch diejenige, die am wenigsten auskühlt und überschüssige Wärme über den Kopf auch am schlechtesten abgeben kann. Anthropologisch bedeutet das, daß sich die Evolution für den ovalen Schädel dort entschieden hat, wo es einerseits kontinuierlich feucht und kalt war oder andererseits anhaltend feucht-heiß, womit der frühe Mensch auf der Laufjagd – der Mensch ist bekanntlich der ausdauerndste Läufer – überschüssige Wärme beim Schwitzen leichter über den Kopf abgeben konnte.

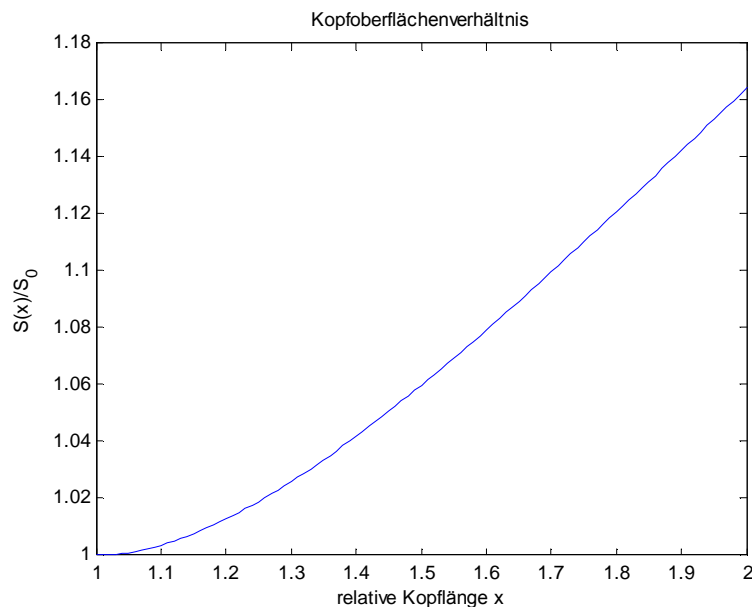


Abbildung 1. Verhältnis der Kopfoberflächen von ovalem zu rundem Schädel

Da der Cromagnon-Mensch im Verhältnis zum derzeit lebenden Menschen einen etwas länglicheren Schädel hatte, kann der heute vorherrschende Rundschädel nur durch den allmählichen Übergang vom Jäger zum Ackerbauern und Viehzüchter erklärt werden, zumal Ackerbau stets nur in gemäßigten wärmeren Regionen möglich ist. Die Schädelform hat sich dieser Entwicklung einfach nur angepaßt, da der Evolutionsvorteil anthropologisch mittlerweile weggefallen ist.