

Physikaufgabe 89

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

Aufgabe: Begründen Sie, warum man schwere und träge Masse nicht einfach gleichsetzen darf.¹

Beweis: Die Energie-Impuls-Relation wird fälschlich oft in der Form

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

angegeben. Diese Darstellung ist aber falsch, denn wenn $p = 0$, ist $E = m_0 c^2$, was im Widerspruch zu $E = mc^2$ steht. Ist p hingegen das Produkt aus Masse mal Lichtgeschwindigkeit, wäre die Ruhemasse null und damit würde stets $v = c$ gelten. Wir drehen uns somit im Kreis. Im folgenden verbinden wir mit dem Symbol m die träge Masse und mit m_0 die schwere, wobei gelten soll:

$$m_0 = m \sqrt{1 - v^2 / c^2} \quad \text{bzw.} \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}.$$

Dabei ist die letztere Bezeichnung eigentlich irreführend, da sie suggeriert, die Masse könne unendlich werden. Das kann sie indes nicht, weil die träge Masse so konstant ist wie die Energie. Auch den Impuls p müssen wir durch das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit ersetzen, weil für den Gesamtimpuls stets $p = mc$ reserviert haben, und dieser so konstant ist wie die Energie. Damit erhalten wir die korrekte Energie-Impuls-Relation

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + m^2 v^2 c^2} = mc^2 \quad \text{bzw.} \quad E = c \sqrt{m_0^2 c^2 + m^2 v^2} = pc,$$

egal, welchen Wert wir für v einsetzen. Mit den neuen Größen

$$p_{kin} = mv, \quad E_{kin} = p_{kin} c = mv c, \quad p_{pot} = m_0 c, \quad E_{pot} = p_{pot} c = m_0 c^2$$

läßt sich die Gesamtenergie dann korrekt schreiben als

$$E = \sqrt{E_{pot}^2 + E_{kin}^2} = c \sqrt{p_{pot}^2 + p_{kin}^2}.$$

Die Energie des Universums ist nach dem Urknall wegen

$$v = 0, \quad m_0 = m, \quad p_{kin} = E_{kin} = 0$$

gleich der maximalen potentiellen Energie, weil die kinetische noch nicht existiert:

$$E = E_{pot} = mc^2, \quad p = p_{pot} = mc.$$

Vor dem Urknall mit

¹ Wie Albert Einstein es getan hat

Physikaufgabe 89

$$v = c, \quad m_0 = 0, \quad p_{pot} = E_{pot} = 0$$

gilt

$$E = E_{kin} = mc^2, \quad p = p_{kin} = mc.$$

Fassen wir noch einmal zusammen, so haben wir folgende Verhältnisse vorliegen:

	vor dem Urknall	nach dem Urknall		durch dem Urknall
c	c	0	Δc	$-c$
m_0	0	m	Δm_0	m
m_i	m	0	Δm_i	$-m$
m	m	m	Δm	0
p_{kin}	mc	0	Δp_{kin}	$-mc$
p_{pot}	0	mc	Δp_{pot}	mc
p	mc	mc	Δp	0
E_{kin}	mc^2	0	ΔE_{kin}	$-mc^2$
E_{pot}	0	mc^2	ΔE_{pot}	mc^2
E	mc^2	mc^2	ΔE	0

Durch den Urknall ergeben sich also folgende Änderungen:

$$\Delta c = 0 - c = -c,$$

$$\Delta m_0 = m_0(0) - m_0(c) = m - 0 = m,$$

$$\Delta p = \Delta p_{kin} + \Delta p_{pot} = -mc + mc = 0,$$

$$\Delta E = \Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} = -mc^2 + mc^2 = 0,$$

d.h. kinetische und potentielle Energie ändern sich entgegengesetzt gleich, womit Energie und Impuls erhalten bleiben. Durch die Änderung der Lichtgeschwindigkeit entsteht die träge Masse (daher das negative Vorzeichen). Die potentielle Energie ist also stets an die schwere Masse geknüpft, die kinetische immer nur an die träge. Nur so kann es zu einer vollständigen Energieumwandlung von kinetischer in potentielle Energie kommen. Damit sind die Erhaltungssätze bei der Entstehung des Universums in jedem Fall erfüllt.