Aufgabe: Beweisen Sie, daß das Weltall endlich ist.

Beweis: Wir postulieren, daß die Umwandlung von potentieller Strahlungsenergie in kinetische Bewegungsenergie, die nur einer Masse anhaften kann, während des Urknalls auf dem Schwarzschildradius der Singularität stattfindet. Nur dort hat ein Überschuß an Materie bzw. Antimaterie Aussicht zu überleben, um für die Dauer einer vierdimensionalen Raumzeit ein Universum zu bilden. Da sich im Innern der Singularität die Materie-Antimaterie-Paare gegenseitig annihilieren, ist der größte Teil der Energie in Form von dunkler Energie gebunden. Im Idealfall würden sich genauso viele Materie- wie Antimaterie-Teilchen bilden, doch wegen der stets vorhandenen Fluktuationen sind innerhalb des Schwarzschildradius rein stochastisch immer mehr Teilchen einer bestimmten Materieart vorhanden als von der anderen. Das Paralleluniversum besteht aus genauso vielen Bestandteilen der anderen Sorte, aber in der Summe müssen sie sich zu Null addieren. Es ist nicht wichtig, ob es sich dabei um Materie oder Antimaterie handelt, denn rein statistisch besteht unser Universum nach jeder Wiedergeburt einmal aus Materie, beim nächsten Mal vielleicht aus Antimaterie. Jedes neue Universum ist daher auch nicht jedesmal gleich massereich, d.h. es können abhängig von der Schwankungsbreite abwechselnd massereichere Universen entstehen genauso wie massearmere. Theoretisch ist es sogar möglich, daß ein Universum einmal ausfällt, weil kein Überschuß an einer der beiden Materieformen existiert. Die wiederbelebende dunkle Energie ist aber dennoch vorhanden. Das, was nach dem letzten Urknall als Überschuß übrigblieb, stellt jedenfalls unser gegenwärtiges Universum dar. Jedes Universum hat also zwei berandende Oberflächen, eine äußere, den sogenannten Schwarzschildradius, und eine innere, die zu einer Singularität zusammengeschrumpft ist. Durch die äußere Berandung tritt die Masse sozusagen ins Universum ein, während sie in der Singularität nach dem Kollaps der unendlichen Verdichtung verschwindet, d.h. vollkommen zerstrahlt wird. Danach beginnt dieser Kreislauf aufs neue. Die Kontinuität des Massestroms als einer Erhaltungsgröße wollen wir nachfolgend nichtrelativistisch berechnen. Die Kontinuitätsgleichung der Massendichte lautet in allgemeinster Form:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0,$$

wobei ρ die Dichte der Materie ist und $\mathbf{j}$ die Massenstromdichte. Ersetzen wir die Stromdichte durch die Geschwindigkeit des Stroms, so ist $\mathbf{j} = \rho\mathbf{v}$. Die Kontinuitätsgleichung lautet dann:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho\mathbf{v} = 0.$$

Unabhängig von der Größe des Weltalls können wir unter Annahme einer inkompressiblen Strömung, für welche die Dichte entlang einer Trajektorie konstant bleibt, und wegen der Massenerhaltung das Volumen in beiden Termen herauskürzen und es verbleibt eine Differentialgleichung für den Massenstrom:

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \nabla m \cdot \mathbf{v} + m\nabla \cdot \mathbf{v} = 0.$$

Diese kann man auch als totales Differential schreiben:

$$\frac{d}{dt}m(t,\mathbf{r}(t)) = -m\nabla\cdot\mathbf{v},$$

woraus ersichtlich ist, daß für einen stationären Massenstrom die Divergenz der Geschwindigkeit gleich null sein muß, womit gilt:

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \nabla m\cdot\mathbf{v} = 0.$$

Ersetzen wir die Masse durch das Volumen *V*, d.h. $m = \rho V,$ so können wir für den Materiestrom schreiben:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \nabla V\cdot\mathbf{v} = 0.$$

Ferner nehmen wir an, daß die Materie vom Rande der Universums aus, wo die Materie-Antimaterie-Paarerzeugung stattfindet,[1] auf die Singularität zuströmt, d.h. $\mathbf{v} = -v_r\mathbf{e}_r.$ Der Gradient in Richtung der Flächennormalen ist in Kugelkoordinaten gegeben durch

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r}\mathbf{e}_r + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial\varphi}\mathbf{e}_\varphi + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\theta}\mathbf{e}_\theta.$$

Setzen wir den Gradienten in die letzte Differentialgleichung ein, so erhalten wir den Ausdruck

$$\frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial V}{\partial r}v_r = 0 \quad \text{mit} \quad v_r = \frac{\partial r}{\partial t}.$$

Nehmen wir ein Universum in Kugelgestalt an, mit

$$V = \frac{4\pi}{3}r^3 \quad \text{und} \quad \frac{\partial V}{\partial r} = 4\pi r^2,$$

so ist

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 4\pi r^2 v_r.$$

Am Einlaß der Masse ins Universum, also auf dem Schwarzschildradius *R*, ist $r = R$ und $v_r = 0,$ in der Singularität, dem sogenannten Auslaß, hingegen gilt $r = 0$ und $v_r = c,$ weil dort die Zerstrahlung in Photonen stattfindet. In jedem Fall ist also

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad \text{bzw.} \quad V = \text{const}\,,$$

[1] nämlich auf dem Schwarzschildradius

d.h. das Weltall ist endlich,

qed

