

Physikaufgabe 74

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

Aufgabe: Begründen Sie, warum unser sichtbares Weltall ein offenes System darstellt, in dem die Entropie abnimmt. Widerlegen Sie auch die unendliche Ausdehnung des Alls.

Lösung: Nimmt man an, daß die innere Energie des Alls erhalten bleibt und das Universum sich ausdehnt, so gilt, wenn wir das Weltall als ideales Gas beschreiben, nach der idealen Gasgleichung¹ $pV = nRT$ und nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik²

$$dU = dW + dQ = -pdV + TdS = 0$$

bzw.

$$dS = nR \frac{dV}{V}.$$

Die Integration beider Seiten ergibt

$$\Delta S = nR \ln \frac{V}{V_0},$$

d.h. die Entropie nimmt zu, weil sich das All relativ zu seinem Anfangsvolumen V_0 ausdehnt. Würde sich das All bei konstanter Temperatur ausdehnen, bliebe auch die innere Energie konstant. Das ist allerdings nicht der Fall, denn die Temperatur des Alls nimmt ab, je weiter es sich ausdehnt. Also muß auch die innere Energie des Alls abnehmen, wenn sie nicht durch die Ausdehnung kompensiert wird.

Wenn wir annehmen, daß das Universum aus einer Singularität hervorgegangen ist und wegen seiner endlichen Masse und des konstanten Schwarzschildradius eine endliche und konstante Ausdehnung besitzt und die nach dem Urknall sich bildenden Galaxien den Raum lediglich gleichmäßig auszufüllen versuchen, stellen wir fest, daß dieser Prozeß immer noch anhält. Dann würde in der Tat, weil eine Expansion des Raums gar nicht stattfindet, auch keine Arbeit verrichtet, d.h. es wäre $dW = 0$ bzw. $dV = 0$. Der erste Hauptsatz lautet unter dieser Annahme

$$dU = dQ = TdS,$$

und aus $dU = C_V dT$ würde folgen³

$$dS = C_V \frac{dT}{T}.$$

Die Integration dieser Gleichung ergibt dann unter der erheblich realistischeren Annahme, daß sich lediglich die Temperatur des Alls ändert, eine rein temperaturabhängige Entropieänderung:

$$\Delta S = C_V \ln \frac{T}{T_0}.$$

¹ Hier gibt p den Druck, V das Volumen, T die absolute Temperatur und n die Molzahl an, R ist die Gaskonstante.

² Darin sind U die innere Energie, Q die Wärme, W die Arbeit und S die Entropie

³ C ist die Wärmekapazität bei konstantem Volumen (Index V)

Physikaufgabe 74

Dabei ist T_0 die sehr hohe Anfangstemperatur des Alls in der Singularität bzw. kurz nach dem Urknall. Da die Temperatur abnimmt, gilt wegen $T < T_0$ auch $\Delta S < 0$, d.h. die Entropie des Alls nimmt ab. Dann kann das Universum, wenn seine innere Energie abnimmt, auch kein abgeschlossenes System sein, und nur zum Zeitpunkt des Urknalls gilt exakt $\Delta S = 0$.

Nehmen wir umgekehrt an, die innere Energie des Alls würde sich nicht ändern und es würde bei endlicher Masse auch noch an Volumen zunehmen. Dann müßte auch bei unendlicher Ausdehnung gelten: $-p\Delta V + T\Delta S = 0$. Da der Druck, solange Materie vorhanden ist, auch bei noch so großer Ausdehnung niemals wirklich null werden kann und damit auch die Temperatur nach dem dritten Hauptsatz nicht auf null absinken kann, müßte die Entropie im Unendlichen immer noch zunehmen, was aber wegen

$$\Delta S = nR \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{\Delta V}{V} = 0$$

nur schwer vorstellbar ist. Auch wenn wir annehmen, daß sich das All sowohl ausdehnt als auch abkühlt, stoßen wir auf Widersprüche, denn nach dem ersten Hauptsatz gilt

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{p}{T} dV = C_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V},$$

was integriert den Ausdruck

$$\Delta S = C_V \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \frac{V}{V_0} = (C_V + nR) \ln \frac{T}{T_0} - nR \ln \frac{p}{p_0}$$

ergibt. Während des Urknalls ist $T = T_0$ und $V = V_0$, wie groß und heiß das Universum zu diesem Zeitpunkt auch immer gewesen sein mag. Das ist gleichbedeutend mit $\Delta S = 0$. Unabhängig davon, wie sich die Entropie zu einem späteren Zeitpunkt ändert, führt der Grenzübergang

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{T}{T_0} = e^{\frac{\Delta S}{C_V}} \lim_{V \rightarrow \infty} \left(\frac{V_0}{V} \right)^{\frac{nR}{C_V}} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \lim_{p \rightarrow 0} \frac{T}{T_0} = e^{\frac{\Delta S}{C_V + nR}} \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{nR}{C_V + nR}} = 0$$

zu einem Widerspruch, weil die absolute Temperatur des unendlich ausgedehnten Weltalls nach dem dritten Hauptsatz nicht null werden kann. Auch wenn die Funktion $1/V$ nur asymptotisch gegen null geht, so wird der Wert $p = 0$ tatsächlich angenommen, und zwar einfach deswegen, weil außerhalb der Schwarzen Löcher keine sich stoßenden Teilchen mehr vorhanden sind.⁴ Folglich ergibt auch die Definition einer Temperatur keinen Sinn mehr. Wenn zudem die Gravitation aufgehoben ist, weil im unendlichen Raum die Materie unendlich weit voneinander entfernt ist, hat auch der Begriff der Ausdehnung des Alls keinen Sinn mehr. Um den Energieerhaltungssatz nicht zu verletzen, müssen wir daher annehmen, daß der Energieaustausch mit dem reziproken Raum erfolgt, in dem die Energie nur mehr in Form von Photonen vorhanden ist, und daß gilt: $\Delta U + \Delta U_r = 0$, d.h.

⁴ Zudem wird alles Licht im All von Schwarzen Löchern verschluckt.

Physikaufgabe 74

$$\Delta U_r = -T\Delta S = -TC_V \ln \frac{T}{T_0} = TC_V \ln \frac{T_0}{T}.$$

Die innere Energie wird also durch dunkle Energie vollständig kompensiert. Während sie im reziproken Raum zunimmt, nimmt sie im sichtbaren Teil des Alls im selben Maße ab. Die Summe der inneren Energien $U + U_r$ ist aber dennoch konstant und wegen

$$\Delta U + \Delta U_r = TC_V \ln \frac{T}{T_0} - TC_V \ln \frac{T}{T_0} = TC_V \left(\ln \frac{T}{T_0} + \ln \frac{T_0}{T} \right) = 0$$

temperaturunabhängig, egal in welchem Zustand sich das Weltall gerade befindet.

Anmerkung: Man sieht ja auch bereits rein optisch mit jedem besseren Fernrohr, daß die Ordnung im All zunimmt, dadurch daß ein Kosmos entsteht, in dem sich Sterne, Sternhaufen, Galaxien und Galaxienhaufen bilden, die alles andere als einer Gleichverteilung genügen, sondern eher an einen Kristall mit festen Gitterplätzen erinnern, dessen Entropie nahe bei null liegt. Anders verhält es sich auf einem Planeten wie unserer Erde, die sich mit ihrer Umgebung im Strahlungsgleichgewicht befindet, was einem abgeschlossenen System schon recht nahe kommt. Daher nimmt die Entropie auf der Erde global zu, obwohl es auch bei uns immer noch lokale Inseln der Ordnung gibt.