Aufgabe: Berechnen Sie die Querbeschleunigungsfähigkeit eines Flugzeugs in Abhängigkeit von der Bahngeschwindigkeit sowie den Krümmungsradius in Abhängigkeit von der Querbeschleunigung. Wieviel Prozent seiner maximalen Geschwindigkeit darf ein Flugzeug nicht überschreiten, ohne dabei an Auftrieb zu verlieren, wenn es mit 6 g in die Kurve fliegt und die Veränderung des Auftriebsbeiwerts mit dem Anstellwinkel vernachlässigt wird? Welche Querbeschleunigung für einen Kurvenflug ist noch möglich, wenn ein Flugzeug bereits mit 90 Prozent seiner maximalen Geschwindigkeit fliegt? Wie groß muß die Querbeschleunigung gewählt werden, wenn das Flugzeug bei maximaler Geschwindigkeit einen Krümmungsradius von 1 km fliegen soll?

Lösung: In Abb. 1 ist die relative Beschleunigung a_z / g in Einheiten der Erdbeschleunigung g gegen das Verhältnis $v(0)/v(\theta)$ aufgetragen. Die Kurve errechnet sich aus der Beziehung

$$\frac{v(\theta)^2}{v(0)^2} = \frac{1}{\cos\theta} = \sqrt{1+\tan^2\theta} = \sqrt{1+\left(\frac{a_z}{g}\right)^2},$$

wobei θ die Querneigung ist. Dabei ist $v(\theta)$ die maximale Bahngeschwindigkeit, die das Flugzeug in der Kurve fliegen kann.

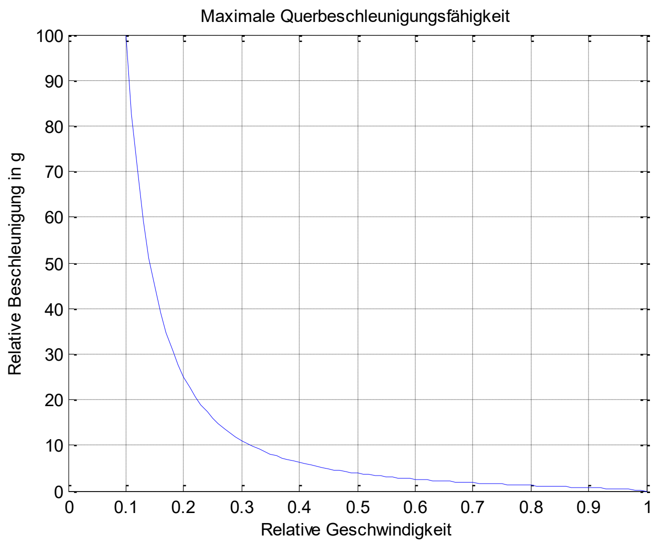

Abbildung 1

Fliegt das Luftfahrzeug bereits mit $v(0)/v(\theta) = 90\,\%$ seiner maximalen Geschwindigkeit, so kann ein Querneigungswinkel von

$$\theta_{max} = \arccos\frac{v(0)^2}{v(\theta)^2} = \arccos 0{,}9^2 \approx 36°$$

nicht überschritten werden, ohne daß das Flugzeug bei gleichzeitigem Ziehen am Steuerhorn an Auftrieb verliert. Bei 36° Querneigung kann die Beschleunigung nicht größer werden als

$$\frac{a_z}{g} = \sqrt{\frac{1}{0{,}9^4} - 1} \approx 0{,}7.$$

Natürlich kann ein Teil des Auftriebs auch durch die Veränderung des Anstellwinkels kompensiert werden, weil der Auftriebsbeiwert c_A vom Anstellwinkel α abhängig ist. Dieser gehorcht überschlägig der Gleichung

$$c_A(\alpha) = c_A(\alpha) + \frac{c_A(\alpha_{krit}) - c_A(0)}{\alpha_{krit}}\alpha,$$

wobei α_{krit} der kritische Anstellwinkel ist. Auf jeden Fall dürfte ohne diesen begünstigenden Einfluß die Geschwindigkeit bei 6 g einen Wert von

$$\frac{v(0)}{v(\theta)} = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{1+6^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{37}}} \approx 40\ \%$$

der maximal möglichen Geschwindigkeit nicht überschreiten, wenn das Flugzeug nicht an Auftrieb verlieren soll, um seine Höhe zu halten. Wird diese Geschwindigkeit überschritten, kann eine Rutschkurve nur noch durch Erhöhung des Anstellwinkels ausgeglichen werden.

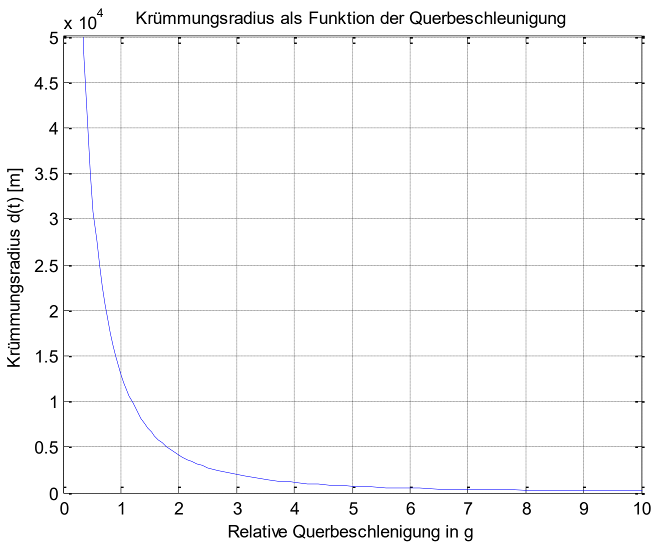

Abbildung 2

In Abb. 2 ist der Krümmungsradius als Funktion der Querbeschleunigung dargestellt. Man erkennt, daß hohe Querbeschleunigungen kleine Krümmungsradien zur Folge haben. Setzen wir den oben erhaltenen Ausdruck für den Flug auf einer Kreisbahn in die Gleichung für den Krümmungsradius ein, so ergibt sich der nur noch von einer Variablen[1] abhängige Krümmungsradius zu

[1] Nämlich der Querbeschleunigung

$$R(\theta) = \frac{(v(0)/v(\theta))^2}{(a_z/g)g} v(\theta)^2 = \frac{1}{\frac{a_z}{g}\sqrt{1+\left(\frac{a_z}{g}\right)^2}} \frac{v(\theta)^2}{g}.$$

Formen wir die Gleichung entsprechend um, erhalten wir den Zusammenhang

$$\frac{a_z}{g}\sqrt{1+\left(\frac{a_z}{g}\right)^2} = \frac{v(\theta)^2}{gR(\theta)}.$$

Quadrieren dieser Gleichung führt auf eine Gleichung vierten Grades in der Relativbeschleunigung:

$$\left(\frac{a_z}{g}\right)^4 + \left(\frac{a_z}{g}\right)^2 - \frac{v(\theta)^4}{g^2 R(\theta)^2} = 0.$$

Führen wir die Abkürzung

$$x = \left(\frac{a_z}{g}\right)^2$$

ein, erhalten wir eine quadratische Gleichung der Form

$$x^2 + x - \frac{v(\theta)^4}{g^2 R(\theta)^2} = 0.$$

Mit den Koeffizienten

$$p = 1 \quad \text{und} \quad q = -\frac{v(\theta)^4}{g^2 R(\theta)^2}$$

ergibt sich als einzig physikalisch sinnvolle Lösung der Ausdruck

$$x = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{v(\theta)^4}{g^2 R(\theta)^2}} - \frac{1}{2},$$

und damit ist

$$\frac{a_z}{g} = \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{v(\theta)^4}{g^2 R(\theta)^2}} - \frac{1}{2}}.$$

Setzen wir konkrete Zahlenwerte ein, so erhalten wir für eine maximale Geschwindigkeit von 408 m/s einen Beschleunigungsfaktor von

$$\frac{a_z}{g} = \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{408^4}{9{,}81^2 \cdot 10^6}} - \frac{1}{2}} \approx 4.$$

Ein Kurvenradius von 500 m kann mit 5,8 *g* geflogen werden, 250 m mit 8,2 *g*.

