

Physikaufgabe 43

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

Aufgabe: Wie müssen Sie den Vortrieb Ihres Propellerflugzeugs optimieren, wenn Sie damit auf dem Mars fliegen wollen?

Lösung: Nach dem Impulserhaltungssatz ergibt sich die Schubkraft eines rotierenden Propellers aus der Impulsänderung der infinitesimalen Luftsäule, die in einem infinitesimalen Zeitintervall durch den Propeller gesogen wird. Der Vortrieb F_V einer gewöhnlichen Luftschraube ist demnach proportional zur atmosphärischen Dichte ρ , zur Propellerfläche A und zum Quadrat der Strahlgeschwindigkeit v_L , d.h.

$$F_V = \rho v_L^2 A.$$

Dabei ist die Strahlgeschwindigkeit proportional zur Drehzahl f und zum Hub L einer vollen Umdrehung:

$$v_L = fL.$$

Für das Kräftegleichgewicht zwischen Luftwiderstand und Vortrieb gilt auf dem Mars das gleiche wie auf der Erde, $F_V = F_W$, d.h. wir haben zwei Gleichungen

$$\begin{aligned}\rho_E v_{L,E}^2 A &= \frac{1}{2} c_W \rho_E v_E^2 S, \\ \rho_M v_{L,M}^2 A &= \frac{1}{2} c_W \rho_M v_M^2 S\end{aligned}$$

miteinander zu vergleichen, wobei c_W der Widerstandsbeiwert ist, S die Größe der Tragfläche und v_E bzw. v_M die jeweilige Geschwindigkeit des Flugzeugs durch Luft der Dichte ρ_E bzw. ρ_M . Nach Division der beiden Gleichungen sehen wir, daß sich die Strahlgeschwindigkeiten auf beiden Planeten wie die erreichten Fluggeschwindigkeiten verhalten,

$$\frac{v_{L,M}}{v_{L,E}} = \frac{v_M}{v_E},$$

und letztere unabhängig von der Dichte darüber eingestellt werden können:

$$v_E = \sqrt{\frac{2A}{c_W S}} v_{L,E}, \quad v_M = \sqrt{\frac{2A}{c_W S}} v_{L,M}.$$

Die Strahlgeschwindigkeiten selbst lassen sich nur durch Änderung des Anstellwinkels und der Drehzahl erhöhen oder erniedrigen, d.h.

$$v_{L,E} = f_E L_E, \quad v_{L,M} = f_M L_M,$$

wobei der jeweilige Anstellwinkel den jeweiligen Hub ändert. Nach Einsetzen dieser beiden Gleichungen ergeben sich die Schubkräfte auf beiden Planeten zu

Physikaufgabe 43

$$F_{V,E} = \rho_E f_E^2 L_E^2 A_E,$$
$$F_{V,M} = \rho_M f_M^2 L_M^2 A_M.$$

Das Schubkraftverhältnis erhalten wir als Relation zweier unveränderlicher und 6 einstellbarer Größen:

$$\frac{F_{V,M}}{F_{V,E}} = \frac{\rho_M}{\rho_E} \frac{f_M^2}{f_E^2} \frac{L_M^2}{L_E^2} \frac{A_M}{A_E}.$$

Für die Flugzeugoptimierung ist bekanntlich die Flugleistung besser geeignet als die Schubkraft. Sie berechnet sich aus der erreichbaren kinetischen Energie

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \rho A L v_L^2.$$

Die Leistung des bewegten Luftstroms ist damit gegeben durch

$$P = E_{kin} \cdot v_L = \frac{1}{2} \rho A v_L^3 = \frac{1}{2} \rho A f^3 L^3.$$

Prinzipiell kann dem Luftstrom auf dem Mars die gleiche Leistung entnommen werden wie auf der Erde, wenn die Parameter entsprechend gewählt werden. Da man an der Dichte nichts ändern kann, lassen sich neben der Drehzahl nur die Propellergröße und der Hub erhöhen. Das Leistungsverhältnis auf den beiden Planeten erhalten wir durch Division der entsprechenden Gleichungen aus

$$\frac{P_M}{P_E} = \frac{\rho_M}{\rho_E} \frac{A_M}{A_E} \frac{f_M^3}{f_E^3} \frac{L_M^3}{L_E^3}.$$

Da auf dem Mars bei gleicher Strahlgeschwindigkeit wegen der geringeren Dichte viel niedrigere kinetische Energien erreicht werden wie auf der Erde, diesen aber eine gleiche Motorleistung¹ $P_M = P_E$ gegenübersteht, kann die Schubkraft auf dem Mars bedeutend erhöht werden, indem man unter Verdopplung der Propellerfläche und des Hubs (durch Vergrößerung des Anstellwinkels) die Umdrehungszahl des Propellers auf ein Verhältnis von

$$\frac{f_M}{f_E} = \sqrt[3]{\frac{P_M}{P_E} \frac{\rho_E}{\rho_M} \frac{A_E}{A_M} \frac{L_E}{L_M}} = \sqrt[3]{\frac{1,29}{0,02 \cdot 2} \frac{1}{2}} = 1,59$$

erhöht. Der Motorhersteller muß dazu lediglich einen Motor mit entsprechender Drehzahl liefern können. Die Leistung des Luftstroms verhält sich dann zur Motorleistung wie der Wirkungsgrad der Luftschraube

¹ Wir gehen hierbei von einem Elektromotor aus

Physikaufgabe 43

$$\eta = \frac{P}{P_{motor}},$$

der stets kleiner als 1 ist. Um die Motorleistung zu senken, kann umgekehrt der Wirkungsgrad auch optimiert sprich erhöht werden.