Home | Startseite | Impressum | Kontakt | Gästebuch

Aufgabe: Leiten Sie mit Hilfe der String-Theorie eine Theorie der Quantengravitation her.

Lösung: Der einzige Ausweg aus dem Dilemma, Relativitätstheorie und Quantenmechanik miteinander zu vereinen, besteht darin, alle physikalischen Grundgrößen in Vielfachen der Planck-Einheiten anzugeben. Wenn wir uns gemäß den Annahmen der Stringtheorie vergegenwärtigen, daß sich die Masse des Universums aus *n* Planck-Massen zusammensetzt, so summiert sich der Schwarzschildradius R_S wegen der Proportionalität von Masse und Radius aus ebenso vielen Einheiten der Planck-Länge l_P auf wie die Masse des Universums M aus Einheiten der Planck-Masse m_P, d.h.

$$M = nm_P \quad \text{bzw.} \quad R_S = nl_P .$$

Masse und Radius setzen sich demzufolge aus jeweils *n* Strings zusammen.

Unmittelbar nach dem Urknall beginnt sich das All aufgrund der Zentrifugalkraft unter dem Einfluß der Planck-Beschleunigung g_P auszudehnen. Die dabei festgestellte infinitesimale Geschwindigkeitszunahme sei $dv = g_P d\tau$, wobei τ die Eigenzeit ist und g_P die Planck-Beschleunigung. Wenden wir das Additionstheorem der Geschwindigkeiten auf $v + dv$ an, wobei *c* die Lichtgeschwindigkeit ist,

$$v + dv = \frac{v + g_P d\tau}{1 + \frac{v}{c^2} g_P d\tau} \approx (v + g_P d\tau)\left(1 - \frac{v}{c^2} g_P d\tau\right)$$
$$= v - \frac{v^2}{c^2} g_P d\tau + g_P d\tau - \frac{v}{c^2} g_P^2 d\tau^2,$$

folgt daraus

$$dv = g_P d\tau \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \quad \text{bzw.} \quad \frac{dv}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = g_P d\tau.$$

Dabei haben wir den quadratischen Term vernachlässigt. Integrieren wir beide Seiten,

$$\int_0^v \frac{dv}{c^2 - v^2} = \frac{g_P}{c^2} \int_0^\tau d\tau = \frac{g_P \tau}{c^2},$$

ist das Integral auf der linken Seite gegeben durch die Stammfunktion

$$\int_0^v \frac{dv}{c^2 - v^2} = \frac{1}{c}\left[\operatorname{artanh} \frac{v}{c}\right]_0^v = \frac{1}{c} \operatorname{artanh} \frac{v}{c}.$$

Wir erhalten somit als Lösung

$$\operatorname{artanh} \frac{v}{c} = \frac{g_P \tau}{c} \quad \text{bzw.} \quad \frac{v}{c} = \tanh \frac{g_P \tau}{c}.$$

Hieraus ergibt sich für die Eigenzeit eine implizite Gleichung,

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

$$\tau = t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = t\sqrt{1-\tanh^2\frac{g_P\tau}{c}} = \frac{t}{\cosh\frac{g_P\tau}{c}},$$

die wir analytisch nicht lösen können. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, lösen wir nach der Zeit t auf und differenzieren diese nach τ. Das Differential lautet

$$dt = \cosh\frac{g_P\tau}{c}d\tau + \frac{g_P\tau}{c}\sinh\frac{g_P\tau}{c}d\tau.$$

Nach Integration folgt

$$t = \frac{c}{g_P}\int_0^{\frac{g_P\tau}{c}}\cosh x dx + \frac{c}{g_P}\int_0^{\frac{g_P\tau}{c}} x\sinh x dx = \frac{c}{g_P}\sinh\frac{g_P\tau}{c} + \tau\cosh\frac{g_P\tau}{c} - \frac{c}{g_P}\sinh\frac{g_P\tau}{c}$$
$$= \tau\cosh\frac{g_P\tau}{c} = \tau\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}.$$

Formen wir die letzte Gleichung entsprechend um, entfällt der Term in der eckigen Klammer und wir erhalten die einfachere Schreibweise

$$t = \frac{c}{g_P}\sinh\frac{g_P\tau}{c} + \frac{c}{g_P}\cosh\frac{g_P\tau}{c}\left[\frac{g_P\tau}{c} - \tanh\frac{g_P\tau}{c}\right] = \frac{c}{g_P}\sinh\frac{g_P\tau}{c},$$

wie man durch Einsetzen von $v = g_P\tau$ in den obigen Ausdruck

$$\frac{v}{c} = \tanh\frac{g_P\tau}{c}$$

leicht sieht. Mithin folgt

$$\tau = \frac{t}{\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}} = \frac{t}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t^2}{c^2}}},$$

und daraus leitet sich die Geschwindigkeit

$$v = g_P\tau = \frac{g_Pt}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t^2}{c^2}}}$$

bzw. die Relativgeschwindigkeit

$$\frac{v}{c} = \frac{g_P\tau}{c} = \frac{\frac{g_Pt}{c}}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t^2}{c^2}}}$$

ab. Quadrieren wir diesen Ausdruck, können wir nach Umformung Geschwindigkeiten in Zeiten konvertieren,

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t^2}{c^2}}}.$$

Alternativ gilt mit

$$\frac{g_Pt}{c}=\sinh\frac{g_P\tau}{c}$$

die Relation

$$\frac{v}{c}=\frac{\sinh\frac{g_P\tau}{c}}{\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}}=\tanh\frac{g_P\tau}{c},$$

und damit

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\sqrt{1-\tanh^2\frac{g_P\tau}{c}}.$$

Mit $v=g_P\tau$ erhalten wir die Eigenzeit in impliziter Form:

$$\tau=\frac{c}{g_P}\tanh\frac{g_P\tau}{c}.$$

Wenn die Geschwindigkeit null ist, ist auch die Eigenzeit null. Geht die Geschwindigkeit hingegen gegen die Lichtgeschwindigkeit, muß die Eigenzeit gegen Unendlich gehen,

$$\lim_{v\to c}\frac{v}{c}=\lim_{\tau\to\infty}\tanh\frac{g_P\tau}{c}=1.$$

Aus der differentiellen Form

$$v=\frac{dr}{dt}=\frac{g_Pt}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t^2}{c^2}}}\quad\text{bzw.}\quad dr=\frac{g_Ptdt}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t^2}{c^2}}}$$

folgt daraus durch Integration der Radius der Gegenwartshyperfläche,

$$r-r(t_P)=\int_{r(t_P)}^{r}dr=\int_{t_P}^{t}\frac{g_Ptdt}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t^2}{c^2}}}=\frac{c^2}{g_P}\int_{\frac{g_Pt_P}{c}}^{\frac{g_Pt}{c}}\frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}=\frac{c^2}{g_P}\sqrt{1+\frac{g_P^2t^2}{c^2}}-\frac{c^2}{g_P}\sqrt{1+\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}},$$

wobei der Radius wegen der Quantisierung der Längen die Planck-Länge

$$l_P=\frac{c^2}{g_P}$$

nicht unterschreiten kann. Aus

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

$$r(t) = l_P \sqrt{1 + \frac{g_P^2 t^2}{c^2}} \quad \text{folgt also} \quad r(0) = l_P.$$

Kleinere Werte können Längen nicht annehmen. Wie man leicht sieht, hat die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Alls nach einer Planck-Zeit t_P schon fast Lichtgeschwindigkeit erreicht,

$$\frac{g_P t_P}{c} = \frac{5{,}56 \cdot 10^{51}\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot 5{,}391 \cdot 10^{-44}\,\mathrm{s}}{2{,}9979 \cdot 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}} = 0{,}99983,$$

allerdings ist der Radius nach einer weiteren Planck-Zeit wegen

$$r(t_P) = l_P \sqrt{1 + \frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}} \approx \sqrt{2} \cdot l_P$$

immer noch klein, und auch die Eigenzeit hat noch nicht einmal die Planck-Zeit erreicht,

$$\tau(t_P) = \frac{t_P}{\sqrt{1 + \frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}}} \approx \frac{t_P}{\sqrt{2}}.$$

Umgekehrt nähert sich der Radius mit Erreichen der Schwarzschildzeit T_S dem Schwarzschildradius

$$r(T_S) = l_P \sqrt{1 + \frac{g_P^2 T_S^2}{c^2}} \approx l_P \frac{g_P}{c} T_S = g_P t_P T_S = c T_S = R_S,$$

während sich auf dem Schwarzschildradius die Eigenzeit der Planck-Zeit nähert:

$$\tau(T_S) = \frac{T_S}{\sqrt{1 + \frac{g_P^2 T_S^2}{c^2}}} \approx \frac{c}{g_P} = \frac{l_P}{g_P t_P} = t_P.$$

Diese kann also nicht null werden, weil die Geschwindigkeit nie ganz Lichtgeschwindigkeit erreicht. Mithin ist

$$r(t_P)\tau(t_P) = l_P \sqrt{1 + \frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}} \frac{t_P}{\sqrt{1 + \frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}}} = \sqrt{2} \cdot l_P \cdot \frac{t_P}{\sqrt{2}} = l_P t_P.$$

Anders verhält es sich, wenn wir den Schwarzschildradius in Einheiten der Planck-Länge quantisieren, $R_S = n l_P$, denn mit

$$r(T_S)\tau(T_S) = l_P \sqrt{1 + \frac{g_P^2 T_S^2}{c^2}} \frac{T_S}{\sqrt{1 + \frac{g_P^2 T_S^2}{c^2}}} = l_P T_S = \frac{l_P}{c} R_S = n l_P t_P$$

läßt sich auch das Produkt allgemein in Planck-Einheiten quantisieren.

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

Man beachte, daß $r(t_P) > l_P$ und $\tau(t_P) < t_P$, auch wenn $r(t_P)\tau(t_P) = l_P t_P$ ist. Beide Größen existieren in Wirklichkeit nicht unabhängig voneinander, sondern nur als gekoppelte Wirkungen. Die Größe

$$\tau(t_P) = \frac{t_P}{\sqrt{1+\dfrac{g_P^2 t_P^2}{c^2}}} = \frac{5,391\cdot 10^{-44}\,\mathrm{s}}{\sqrt{1+\dfrac{5,56^2\cdot 10^{102}\,\mathrm{m^2 s^{-4}}\cdot 5,391^2\cdot 10^{-88}\,\mathrm{s^2}}{2,9979^2\cdot 10^{16}\,\mathrm{m^2 s^{-2}}}}} = 3,812\cdot 10^{-44}\,\mathrm{s}$$

ist zulässig, weil die Planck-Zeit nur im Ruhesystem nicht unterschritten werden kann. Als Produkt mit $r(t_P)$ hingegen folgt eine Konstante, nämlich das auf die Planck-Kraft F_P normierte, reduzierte Plancksche Wirkungsquantum

$$r(t_P)\tau(t_P) = l_P t_P = \frac{E_P t_P}{F_P} = \frac{\hbar}{F_P},$$

wobei E_P die Planck-Energie ist. Daß sich Relativitätstheorie und Quantenmechanik nicht auf einen gemeinsamen Nenner bringen lassen, liegt vor allem daran, daß die Relativitätstheorie den Satz von der Erhaltung der Wirkung nicht beachtet. Weder die Energie E noch die Zeit t können null oder unendlich werden,[1]

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{g_P^2\tau^2}{c^2}}}, \quad \tau = t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = t\sqrt{1-\frac{g_P^2\tau^2}{c^2}},$$

da nur Grenzwerte existieren, die aber niemals angenommen werden, wie folgender Grenzübergang zeigt:

$$\lim_{v\to c}\frac{v}{c} = \lim_{g_P\tau\to c}\frac{g_P\tau}{c} = \lim_{\tau\to\infty}\tanh\frac{g_P\tau}{c} = 1.$$

Dabei ist m die Ruhemasse irgendeines bewegten Objekts im Universum. Eliminiert man die Geschwindigkeit v, erhält man zwei nur von der Zeit abhängige Größen,

$$E(t) = mc^2\sqrt{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}}, \quad \tau(t) = \frac{t}{\sqrt{1+\dfrac{g_P^2 t^2}{c^2}}},$$

die miteinander multipliziert den Ausdruck $E(t)\tau(t) = mc^2\cdot t$ ergeben. Der Fehler, den die klassische Physik immer wieder macht, ist, daß sie Energie und Zeit als zwei unterschiedliche Größen ansieht, denn in Planck-Einheiten sind beide Größen nach der Heisenbergschen Unschärferelation untrennbar miteinander verbunden:

[1] Als die Araber die Null im Dezimalsystem einführten, bemerkten sie offenbar nicht, daß man durch null nicht dividieren kann, da der Wert Unendlich nicht definiert ist. In der Mathematik kann man solche Polstellen aus dem Wertebereich ausschließen, in der Physik ist das nicht möglich. Folglich glaubten die Physiker, daß an solchen Stellen die Naturgesetze nicht mehr gelten würden.

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

$$E\left(t_P\right)\tau\left(t_P\right)=m_Pc^2\sqrt{1+\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}}\frac{t_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}}}=E_Pt_P=\hbar.$$

Man beachte, daß $E\left(t_P\right)$ und $\tau\left(t_P\right)$ nicht im Ruhesystem gemessen werden, sondern im beschleunigten Bezugssystem, und daher nicht identisch mit den Planck-Größen E_P und t_P des Ruhesystems sind. Lediglich ihre Produkte sind identisch. Wie man leicht nachrechnet, ist

$$\hbar=m_pc^2t_p=2{,}176\cdot10^{-8}\,\mathrm{kg}\cdot2{,}9979^2\cdot10^{16}\,\mathrm{m^2s^{-2}}\cdot5{,}391\cdot10^{-44}\,\mathrm{s}=1{,}0545\cdot10^{-34}\,\mathrm{Js}.$$

Wenn man die obige Relation entsprechend umformt,

$$\frac{\hbar}{t_P}=m_Pc^2\sqrt{1+\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}}}=\frac{c^2}{g_P}\sqrt{1+\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}}\frac{m_Pg_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}}},$$

dann erfordert die Energieerhaltung, daß es keine Rolle spielen darf, wie groß die Zeit t ist:

$$\frac{c^2}{g_P}\sqrt{1+\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}}\frac{m_Pg_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}}}=l_P\sqrt{1+\frac{g_P^2t^2}{c^2}}\frac{m_Pg_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t^2}{c^2}}}=r\left(t\right)F\left(t\right)=l_PF_P,$$

wobei

$$F\left(t\right)=\frac{m_Pg_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2t^2}{c^2}}}$$

die Dimension einer Gravitationskraft hat. Quantisieren wir nun die Zeit t in Einheiten der Planck-Zeit, $t_k=k\cdot t_P$, so erhalten wir eine diskrete Folge reziproker Gravitationsstrings:

$$F_k=\frac{m_Pg_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2k^2t_P^2}{c^2}}}\approx\frac{1}{k}\frac{m_Pc}{t_P}=\frac{1}{k}\frac{m_Pc^2}{l_P}\quad\text{bzw.}\quad\frac{1}{F_k}=k\frac{l_P}{E_P}=k\frac{l_Pt_P}{\hbar}=k\frac{1}{F_P}.$$

Der Kehrwert besteht also aus einem Vielfachen der reziproken Planck-Kraft bzw. des reziproken Planckschen Wirkungsquantums,

$$\frac{1}{F_k}=k\frac{l_Pt_P}{\hbar}=k\cdot\frac{1{,}616\cdot10^{-35}\,\mathrm{m}\cdot5{,}391\cdot10^{-44}\,\mathrm{s}}{1{,}055\cdot10^{-34}\,\mathrm{Js}}=k\cdot8{,}258\cdot10^{-45}\,\mathrm{N^{-1}}.$$

Für $k=1$ ergibt sich die minimal mögliche reziproke Kraft des Universums,

$$F_1^{-1}=8{,}258\cdot10^{-45}\,\mathrm{N^{-1}}.$$

Mit dem Radius eines rotierenden Schwarzen Lochs

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

$$R_S = \frac{GM}{c^2},$$

d.h. für $k = n,$ ist die minimale Kraft erreicht,

$$F_n = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 n^2 t_P^2}{c^2}}} \approx \frac{1}{n}\frac{m_P c}{t_P} = \frac{1}{n}\frac{m_P c^2}{l_P} = \frac{m_P c^2}{R_S} = \frac{m_P c^4}{GM} = \frac{1}{n}\frac{c^4}{G}.$$

Andererseits ist

$$F_n = \frac{1}{n}\frac{E_P}{l_P} = \frac{1}{n}F_P.$$

Setzen wir die beiden Ausdrücke gleich, folgt die Planck-Kraft $F_P = m_P g_P$ allein aus der Gravitationskonstanten G und der Lichtgeschwindigkeit c zu

$$F_P = \frac{c^4}{G} = \frac{2,9979^4 \cdot 10^{32}\,\mathrm{m^4 s^{-4}}}{6,6743\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3 kg^{-1} s^{-2}}} = 1,21\cdot 10^{44}\,\frac{\mathrm{m\,kg}}{\mathrm{s^2}}.$$

Wandeln wir die Planck-Kraft mit Hilfe der Energie-Zeit-Unschärferelation $E_P t_P = \hbar$ um,

$$F_P = \frac{E_P}{l_P} = \frac{\hbar}{l_P t_P},$$

ergibt sich mittels der Relation $l_P = ct_P$ entweder die Planck-Zeit oder die Planck-Länge,

$$t_P = \sqrt{\frac{\hbar}{cF_P}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 5,391\cdot 10^{-44}\,\mathrm{s} \quad \text{bzw.} \quad l_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{F_P}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,616\cdot 10^{-35}\,\mathrm{m}.$$

Die Planck-Beschleunigung erhalten wir nach Umformung aus der Planck-Länge gemäß

$$g_P = \frac{F_P}{m_P} = \frac{E_P}{m_P l_P} = \frac{c^2}{l_P} = \frac{2,9979^2 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m^2 s^{-2}}}{1,616\cdot 10^{-35}\,\mathrm{m}} = 5,56\cdot 10^{51}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}},$$

und für die Planck-Energie gilt

$$E_P = F_P l_P = 1,21\cdot 10^{44}\,\frac{\mathrm{m\,kg}}{\mathrm{s^2}}\cdot 1,616\cdot 10^{-35}\,\mathrm{m} = 1,956\cdot 10^9\,\mathrm{J}.$$

Schließlich folgt aus der Planck-Energie die Planck-Masse mit

$$m_P = \frac{E_P}{c^2} = \frac{1,956\cdot 10^9\,\mathrm{J}}{2,9979^2 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m^2 s^{-2}}} = 2,176\cdot 10^{-8}\,\mathrm{kg}.$$

Da $F(t)$ und $r(t)$ nicht unabhängig voneinander, sondern an den Energieerhaltungssatz gebunden sind,

$$F(t)\,r(t) = E_P = m_P c^2,$$

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

können wir mittels der Relation

$$c^2 = \frac{GM}{R_S}$$

die Lichtgeschwindigkeit eliminieren, womit die Gravitationskraft lautet:

$$F(t) = \frac{m_P c^2}{r(t)} = \frac{G m_P M}{r(t) R_S}.$$

Da der Quotient

$$\frac{M}{R_S} = \frac{n m_P}{n l_P} = \frac{m_P}{l_P} = \frac{k m_P}{k l_P} = \frac{m(t)}{r(t)} = \frac{m_P \sqrt{1 + \frac{g_P^2 t^2}{c^2}}}{l_P \sqrt{1 + \frac{g_P^2 t^2}{c^2}}}$$

nach der Stringtheorie ersetzt werden kann, erhalten wir das Newtonsche Gravitationsgesetz in der gewohnten Schreibweise,

$$F(t) = \frac{m_P c^2}{r(t)} = \frac{G m_P m(t)}{r(t)^2} \quad \text{bzw.} \quad F(r) = \frac{G m_P m(r)}{r^2}.$$

Quantisieren wir die Gravitationskraft mit $m_k = (k/n) m_P$ durch Strings,

$$F_k = \frac{G m_P}{r_k} \frac{k m_P}{k l_P} = \frac{G n m_P}{r_k} \frac{k m_P}{n r_k} = \frac{GM}{r_k^2} \frac{k m_P}{n} = \frac{G M m_k}{r_k^2},$$

erhalten wir für $k = 1$ die Planck-Kraft, d.h. die stärkste Gravitation, die es im Weltall geben kann, und die gegeben ist durch

$$F_P = \frac{G m_P^2}{l_P^2} = \frac{6,6743 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3 kg^{-1} s^{-2}} \cdot 2,176^2 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{kg}^2}{1,616^2 \cdot 10^{-70}\,\mathrm{m}^2} = 1,21 \cdot 10^{44}\,\mathrm{N},$$

während die schwächste Kraft für $k = n$ der Kraft auf dem Schwarzschildradius entspricht:

$$F_n = F(T_S) = \frac{G M m_P}{R_S^2} = \frac{1}{n} \frac{G m_P^2}{l_P^2} = \frac{1}{n} F_P.$$

Die Kraft ist also in der Singularität am größten und nimmt bis zum Schwarzschildradius hin immer mehr ab, aber sie wird niemals null, da

$$\frac{1}{n} = \frac{m_P}{M} = \frac{l_P}{R_S} > 0$$

zwar sehr klein werden kann, aber niemals ganz verschwindet. Daß unsere Annahmen schlüssig sind, zeigt sich auch darin, daß die Lichtgeschwindigkeit nur von Planck-Größen abhängt,

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

$$c=\sqrt{\frac{GM}{R_S}}=\sqrt{\frac{Gm_P}{l_S}}=\sqrt{\frac{6,6743\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}\cdot 2,176\cdot 10^{-8}\,\mathrm{kg}}{1,616\cdot 10^{-35}\,\mathrm{m}}}=2,9979\cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Wenn wir das in Aufgabe [183] hergeleitete relativistische Gravitationsgesetz in Planck-Einheiten ausdrücken,

$$\mathbf{F}=-\frac{m_P g_P}{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}}\left(\mathbf{e}_r-\frac{g_P t}{c}\mathbf{e}_\varphi\right),$$

hat die Gravitationskraft eine anziehende Radial- und eine abstoßende Lateralkomponente:

$$\mathbf{F}_r=-\frac{m_P g_P}{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}}\mathbf{e}_r,\quad \mathbf{F}_\varphi=\frac{m_P g_P}{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}}\frac{g_P t}{c}\mathbf{e}_\varphi.$$

Da wir die Planck-Beschleunigung positiv rechnen, können wir die Betragsstriche auch weglassen. In der Relativitätstheorie sind sowohl der Betrag der Gravitationskraft als auch der ihrer Komponenten analytische Funktionen der Zeit:

$$F(t)=|\mathbf{F}|=\frac{m_P g_P}{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}}\sqrt{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}}=\frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}}}$$

bzw.

$$F_r(t)=|\mathbf{F}_r|=\frac{m_P g_P}{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}},\quad F_\varphi(t)=|\mathbf{F}_\varphi|=\frac{m_P g_P}{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}}\frac{g_P t}{c}.$$

Man erkennt, daß sich die Gravitationskraft bei Ausdehnung des Alls von ihrem Anfangswert F_P in der Singularität bis zur maximalen Ausdehnung ständig abschwächt, aber nicht völlig verschwindet, weil die Kraft auf dem Schwarzschildradius nicht null werden kann, sondern gegen einen endlichen Grenzwert strebt,

$$F(T_S)=\frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 T_S^2}{c^2}}}\approx m_P g_P\frac{c}{g_P T_S}=\frac{m_P c}{T_S}=\frac{m_P c^2}{R_S},$$

woraus mit $R_S=r(T_S)$ der Energieerhaltungssatz für $k=n$ folgt:

$$F(T_S)\,r(T_S)=m_P c^2=E_P=F_P l_P.$$

Aus analytischen Funktionen werden durch die Einführung von Strings diskrete mit festen Grenzwerten, wie man am Beispiel des Radius und der Gravitationskraft sieht:

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

$$F_n = \lim_{k\to n} F_k = m_P g_P \lim_{k\to n} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 k^2 t_P^2}{c^2}}} \approx \frac{m_P c}{t_P} \lim_{k\to n} \frac{1}{k} = \frac{m_P c^2}{n l_P} = \frac{m_P c^2}{R_S},$$

$$r_n = \lim_{k\to n} r_k = l_P \lim_{k\to n} \sqrt{1+\frac{g_P^2 k^2 t_P^2}{c^2}} \approx \frac{c^2}{g_P} \frac{g_P t_P}{c} \lim_{k\to n} k = c\cdot n t_P = cT_S = R_S,$$

d.h. $F_n r_n = E_P$. In der Welt des Großen ist die Welt des Kleinen durch Strings aus Planck-Größen nachgebildet. Wie man durch Multiplikation der Paare

$$r(t_P) = l_P \sqrt{1+\frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}} \approx \sqrt{2}\cdot l_P, \quad F(t_P) = \frac{m_P g}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}}} \approx \frac{F_P}{\sqrt{2}},$$

$$r_k = l_P \sqrt{1+\frac{g_P^2 k^2 t_P^2}{c^2}}, \quad F_k = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 k^2 t_P^2}{c^2}}}$$

leicht sieht, bleibt dabei die Energie für jeden diskreten Energiewert erhalten:

$$l_P \sqrt{1+\frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}} \frac{F_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}}} = \sqrt{2}\cdot l_P \frac{F_P}{\sqrt{2}} = E_P = r_k F_k = l_P \sqrt{1+\frac{g_P^2 k^2 t_P^2}{c^2}} \frac{F_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 k^2 t_P^2}{c^2}}}.$$

Die Quantengravitation ist nur ein Teil der Wahrheit, die in der vollständigen Quantisierung aller physikalischen Grundgrößen liegt. Je zwei Variablen, die durch die Unschärferelation miteinander verknüpft sind, starten mit Planck-Einheiten. Aufgrund der Erhaltung der Wirkung steht davon jeweils eine Größe im Zähler, die andere im Nenner, womit die Wirkung nur dann erhalten bleiben kann, wenn sich die Vielfachen der Planck-Einheiten herausheben. Dabei stehen raumzeitliche Größen wie Ort und Zeit im Zähler, impulsenergetische wie Impuls und Energie im Nenner, d.h. diese Größen sind reziprok quantisiert, da ihre Planck-Einheiten sehr groß sind. Durch die Quantisierung der Zeit wird der Term

$$\sqrt{1+\frac{g_P^2 k^2 t_P^2}{c^2}} \approx \sqrt{\frac{g_P^2 k^2 t_P^2}{c^2}} = \frac{g_P k t_P}{c} = k\cdot\frac{g_P t_P}{c} \approx k$$

für große Zeiten zu einer Quantenzahl, anders ausgedrückt gilt für große Quantenzahlen *k* die Näherung

$$\sqrt{\frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}+\frac{1}{k^2}} \approx 1.$$

Eine mit *k* multiplizierte Grundgröße nennt man String.[2] Für kleine Quantenzahlen gilt

[2] Faden

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

$$\sqrt{1+\frac{g_P^2k^2t_P^2}{c^2}} \approx \sqrt{1+k^2} = k\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}.$$

Das ändert aber nichts an der Wirkung. Auch Verletzungen des Energiesatzes gibt es in der Stringtheorie nicht. Man kann in dem Term

$$\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}$$

die Unschärfe von k bzw. der damit multiplizierten Variablen erkennen. Für $k = 7$ beträgt der Fehler nur noch 1 %. Wenn man die impulsenergetischen Größen reziprok quantisiert, wird die reziproke Größe indes sehr schnell scharf. Es ist also jederzeit möglich, Ort und reziproken Impuls eines Teilchens gleichzeitig scharf zu messen. Auch wenn es nach den Regeln der Quantenmechanik zunächst nicht möglich erscheint, so kann man sie doch wenigstens rechnerisch ermitteln. Wenn die Planck-Länge bekannt ist, ist gemäß nachfolgender Relation zugleich der Planck-Impuls bekannt:

$$\frac{\frac{1}{n}F_P \cdot nt_P}{n} \cdot nl_P = p_P \cdot l_P = \hbar.$$

Mißt man daher irgendeine beliebige Länge in Einheiten der Planck-Länge, ist der Impuls in Einheiten des Planck-Impulses ebenfalls bekannt. Die Ursache für die Unschärfen muß also anderswo liegen, und zwar in der Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Quantenmechanik.[3] Die Stringtheorie kann also das Problem, daß die maximale Quantenzahl n nicht ermittelt werden kann und wir bis heute nicht wissen, wie groß das Universum wirklich ist, auch nicht lösen. Sie liefert uns nur eine Untergrenze für die Raumzeit und daher auch nur eine Obergrenze für die Impulsenergie. Erst wenn man Raumzeit und Impulsenergie vertauscht, hat man auch für die Impulsenergie eine Untergrenze festgelegt und folglich eine Obergrenze für die Raumzeit. Da die Raumzeit in unserem Universum an ihrer Untergrenze beginnt, kann sie ihre Obergrenze nur im reziproken Raum annehmen. Gleichzeitig liegt die Untergrenze der Impulsenergie ebenfalls im reziproken Raum. Da Raumzeit und Impulsenergie prinzipiell vertauschbar sind, muß es eine Konvertierung zwischen der Raumzeit in unserem Raum und der Impulsenergie im reziproken Raum geben, d.h. der sich ausdehnende Raum bei gleichzeitigem Verlust an Impulsenergie führt im reziproken Raum zu einer räumlichen Kontraktion bei gleichzeitigem Anstieg der Impulsenergie. Erreicht die Impulsenergie im reziproken Raum ihr Planck-Maximum, welches wohldefiniert ist, erfolgt der Urknall,[4] bei dem Raum und Zeit in unserem Universum wieder in eine Singularität verwandelt werden, was sich mit der Theorie der Quantengravitation schlüssig beweisen läßt.

Führen wir nun, um auch die Drehung des Universums zu quantisieren, mittels

$$\frac{g_P t}{c} \equiv \tan\frac{\alpha(t)}{4}$$

[3] d.h. in der Kopenhagener Deutung

[4] d.h. kein neuer Urknall, sondern der alte, der von hinten her erreicht wird und die Welt von neuem beginnen läßt. Bereits die Hegelsche Logik hat erkannt, daß es keinen Anfang gibt.

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

einen zeitabhängigen Winkel $0 \le \alpha(t) \le 2\pi$ zwischen Gravitationskraft und Radialkomponente ein, so lassen sich die beiden Kraftkomponenten

$$F_r(t) = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}}} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}}}, \quad F_\varphi(t) = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}}} \frac{g_P t}{c} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 t^2}{c^2}}}$$

mittels der trigonometrischen Beziehungen

$$\cos\frac{\alpha}{4} = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\frac{\alpha}{4}}}, \quad \sin\frac{\alpha}{4} = \frac{\tan\frac{\alpha}{4}}{\sqrt{1+\tan^2\frac{\alpha}{4}}}$$

in trigonometrischen Funktionen ausdrücken:

$$F_r(t) = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\tan^2\frac{\alpha(t)}{4}}} \cos\frac{\alpha(t)}{4}, \quad F_\varphi(t) = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\tan^2\frac{\alpha(t)}{4}}} \sin\frac{\alpha(t)}{4}.$$

Dasselbe gilt für den Betrag der Gravitationskraft:

$$F(t) = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\tan^2\frac{\alpha(t)}{4}}} \sqrt{\cos^2\frac{\alpha(t)}{4} + \sin^2\frac{\alpha(t)}{4}} = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\tan^2\frac{\alpha(t)}{4}}}.$$

Hiermit haben wir die Gleichungen einer Spirale mit nur einer Windung vorliegen. Nach jedem Umlauf kommt es zu einem Vorzeichenwechsel bei einer der Komponenten, da Sinus und Kosinus um 90° phasenverschoben sind. Aus diesen Komponenten können wir ganz einfach den Tangens des Winkels α berechnen,

$$\frac{F_\varphi}{F_r} = \frac{m_P g_P \cos\frac{\alpha}{4} \sin\frac{\alpha}{4}}{m_P g_P \cos^2\frac{\alpha}{4}} = \frac{\sin\frac{\alpha}{4}}{\cos\frac{\alpha}{4}} = \tan\frac{\alpha}{4} = \frac{g_P t}{c},$$

und diesen sogleich wie folgt quantisieren:

$$\tan\frac{\alpha_k}{4} = \frac{k \cdot g_P t_P}{c}.$$

Hieraus ergibt sich die reziproke Kraftkomponente

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{m_P g_P} \sqrt{1+\tan^2\frac{\alpha_k}{4}} = \frac{1}{m_P g_P} \sqrt{1+\frac{k^2 g_P^2 t_P^2}{c^2}},$$

die bei hinreichend großen Quantenzahlen den Wert

$$\frac{1}{F_k} \approx \frac{1}{m_P g_P} \frac{g_P \cdot k t_P}{c} = k \frac{l_P}{E_P} = k \frac{1}{F_P}$$

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

annimmt. Zwei aufeinanderfolgende reziproke Kraftwerte unterscheiden sich also genau um eine reziproke Planck-Kraft,

$$\frac{1}{F_{k+1}}-\frac{1}{F_k}=\frac{k+1}{F_P}-\frac{k}{F_P}=\frac{1}{F_P},$$

womit die Gravitation eine Austauschwechselwirkung ist, d.h. die Information, die in Quanten weitergegeben wird, ist bereits weitergereicht, ehe sich das All um eine weitere Planck-Länge ausgedehnt hat. Die präzise Rechnung lautet:

$$\begin{aligned}\frac{1}{F_{k+1}}-\frac{1}{F_k}=\frac{1}{F_P}\frac{g_Pt_P}{c}&\left[(k+1)\sqrt{1+\frac{1}{(k+1)^2}\frac{c^2}{g_P^2t_P^2}}-k\sqrt{1+\frac{1}{k^2}\frac{c^2}{g_P^2t_P^2}}\right]\\ &\approx\frac{1}{F_P}\left[(k+1)\left(1+\frac{1}{2}\frac{1}{(k+1)^2}\right)-k\left(1+\frac{1}{2}\frac{1}{k^2}\right)\right]\\ &=\frac{1}{F_P}\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)\right]=\frac{1}{F_P}\left[1-\frac{1}{2}\frac{1}{k(k+1)}\right]<\frac{1}{F_P},\end{aligned}$$

und die Näherungsrechnung ergibt

$$\frac{1}{F_{k+1}}-\frac{1}{F_k}=\frac{1}{F_P}\left[\sqrt{1+\frac{(k+1)^2g_P^2t_P^2}{c^2}}-\sqrt{1+\frac{k^2g_P^2t_P^2}{c^2}}\right]\approx\frac{1}{F_P}\left[\sqrt{1+(k+1)^2}-\sqrt{1+k^2}\right].$$

Für $k=1$ unterschreitet die reziproke Kraftdifferenz den Grenzwert noch deutlich,

$$\frac{1}{F_2}-\frac{1}{F_1}\approx\frac{1}{F_P}\left[\sqrt{5}-\sqrt{2}\right]=\frac{0{,}82}{F_P}<\frac{1}{F_P},$$

für $k=2$ schon etwas weniger,

$$\frac{1}{F_3}-\frac{1}{F_2}\approx\frac{1}{F_P}\left[\sqrt{10}-\sqrt{5}\right]=\frac{0{,}93}{F_P}<\frac{1}{F_P},$$

und für $k=3$ gilt kommen wir langsam in die Nähe eines äquidistanten Abstands,

$$\frac{1}{F_4}-\frac{1}{F_3}=\frac{1}{F_P}\left[\sqrt{17}-\sqrt{10}\right]=\frac{0{,}96}{F_P}<\frac{1}{F_P}.$$

Von einer Fernwirkung, die sich über eine Distanz erstreckt, die größer wäre, als sie das Licht zurücklegen kann, kann man bei der Gravitation also nicht reden. Es kommt nicht darauf an, wie weit zwei Massen absolut voneinander entfernt sind, sondern wie lange die Wechselwirkung dauert, damit sich zwei Strings miteinander austauschen können, und da $g_Pt_P<c$, wird die Lichtgeschwindigkeit auch niemals überschritten. Die einzige Voraussetzung ist, daß die beiden Massen zum Zeitpunkt des Urknalls miteinander Kontakt hatten.

Da die Zeit quantisiert ist, kann auch der Drehwinkel quantisiert werden, wenngleich nicht äquidistant:

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

$$\alpha_k = 4\arctan\frac{k\cdot g_P t_P}{c}.$$

Wenn man dabei davon ausgeht, daß das Weltall mit einem Winkel von 0° zwischen Radial- und Lateralkomponente beginnt, hat es sich nach einer Planck-Zeit bereits um 180° gedreht,

$$\alpha_1 = 4\arctan\frac{g_P t_P}{c} = \pi,$$

nach drei Planck-Zeiten um etwa 270°,

$$\alpha_3 = 4\arctan\frac{3\cdot g_P t_P}{c} \approx \frac{3\pi}{2},$$

und nach 100 Planck-Zeiten kommt der Winkel allmählich in die Größenordnung von knapp 360°,

$$\alpha_{100} = 4\arctan\frac{100\cdot g_P t_P}{c} \approx 2\pi.$$

Der Arkustangens geht nämlich für große Argumente asymptotisch gegen $\pi/2$:

$$\lim_{k\to n}\alpha\left(t_k\right) = 4\cdot\lim_{k\to n}\arctan\frac{g_P k t_P}{c} = 4\cdot\arctan\frac{g_P\cdot n t_P}{c} = 4\cdot\arctan\frac{g_P T_S}{c} = 2\pi.$$

Quantisieren wir nun die beiden Komponenten der Gravitationskraft,

$$F_r\left(t_k\right) = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 k^2 t_P^2}{c^2}}}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 k^2 t_P^2}{c^2}}}, \quad F_\varphi\left(t_k\right) = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 k^2 t_P^2}{c^2}}}\frac{g_P k t_P}{c}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 k^2 t_P^2}{c^2}}},$$

so beginnt die Ausbreitung des Alls mit $k=0$ und maximaler Radialkomponente,[5] während die Lateralkomponente verschwindet. Vor der Planck-Zeit gibt es noch keine Quantisierung. Diese erfolgt erstmals mit $k=1$ nach einer halben Drehung,

$$F_r\left(t_1\right) = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}}}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}}} = \frac{F_P}{2}, \quad F_\varphi\left(t_k\right) = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}}}\frac{g_P t_P}{c}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 t_P^2}{c^2}}} = \frac{F_P}{2}.$$

Dann ist aber die Planck-Kraft bereits auf das $1/\sqrt{2}$-fache ihres Anfangswerts abgefallen. Die Expansion des Alls endet mit einem sehr großen Wert *n* bei der Schwarzschildzeit $T_S = n\cdot t_P$,

$$F_r\left(T_S\right) = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 T_S^2}{c^2}}}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 T_S^2}{c^2}}} \approx \frac{1}{n^2}F_P, \quad F_\varphi\left(T_S\right) = \frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\frac{g_P^2 T_S^2}{c^2}}} = \frac{1}{n}F_P,$$

Dabei hat sich das All dann einmal um seine Achse gedreht:

[5] Was einer Zentralkraft im klassischen Sinne entspricht

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

$$\alpha\left(T_S\right)=4\arctan\frac{F_\varphi\left(T_S\right)}{F_r\left(T_S\right)}=4\lim_{n\to\infty}\arctan\frac{1}{n}n^2=4\lim_{n\to\infty}\arctan n=4\cdot\frac{\pi}{2}=2\pi.$$

Mittels der Relation

$$\frac{g_P t}{c}=\sinh\frac{g_P\tau}{c}$$

können wir Betrag und Komponenten der Gravitationskraft auch in hyperbolische Koordinaten umwandeln,

$$F\left(\tau\right)=\frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}},\quad F_r\left(\tau\right)=\frac{F\left(\tau\right)}{\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}},\quad F_\varphi\left(\tau\right)=\frac{F\left(\tau\right)\sinh\frac{g_P\tau}{c}}{\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}}.$$

Setzen wir zuletzt noch den Betrag ein, lauten die Komponenten

$$F_r\left(\tau\right)=\frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}}\sqrt{1-\tanh^2\frac{g_P\tau}{c}},\quad F_\varphi\left(\tau\right)=\frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}}\tanh\frac{g_P\tau}{c}.$$

Wie man sieht, nehmen beide mit der Zeit ab, weil der Tangens hyperbolicus gegen Eins geht. Mit dem Quotienten sieht es ähnlich aus. Dividieren wir die beiden Komponenten durcheinander, ergibt sich

$$\frac{F_\varphi\left(\tau\right)}{F_r\left(\tau\right)}=\frac{\tanh\frac{g_P\tau}{c}}{\sqrt{1-\tanh^2\frac{g_P\tau}{c}}}=\frac{\sinh\frac{g_P\tau}{c}\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}}{\cosh\frac{g_P\tau}{c}}=\sinh\frac{g_P\tau}{c}.$$

Mittels dieser Relation können wir die hyperbolischen Funktionen wieder in trigonometrische zurückverwandeln, denn wegen

$$\frac{F_\varphi\left(\tau\right)}{F_r\left(\tau\right)}=\tan\frac{\alpha\left(\tau\right)}{4}$$

läßt sich der Winkel α nunmehr als Funktion der Eigenzeit ausdrücken:

$$\tan\frac{\alpha\left(\tau\right)}{4}=\sinh\frac{g_P\tau}{c}.$$

Damit ergibt sich ein nicht zu überschreitender Grenzwert von 2π, da der Arkustangens für unendliche Argumente gegen $\pi/2$ geht:

$$\alpha\left(\tau\right)=4\arctan\sinh\frac{g_P\tau}{c}.$$

Mit dieser Lösung stellt das Weltall seine Drehbewegung nach einem Schwenk um 360° natürlich nicht ein, sondern setzt sie aufgrund der Impulserhaltung nach dem Urknall fort. Somit ist

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

$$\tanh\frac{g_P\tau}{c}=\frac{\sinh\frac{g_P\tau}{c}}{\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}}=\frac{\tan\frac{\alpha}{4}}{\sqrt{1+\tan^2\frac{\alpha}{4}}}=\sin\frac{\alpha}{4}$$

und entsprechend

$$\sqrt{1-\tanh^2\frac{g_P\tau}{c}}=\frac{1}{\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}}=\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\frac{\alpha}{4}}}=\cos\frac{\alpha}{4}.$$

Damit erhalten wir die Komponenten

$$F_r(\tau)=\frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}}\cos\frac{\alpha(\tau)}{4},\quad F_\varphi(\tau)=\frac{m_P g_P}{\sqrt{1+\sinh^2\frac{g_P\tau}{c}}}\sin\frac{\alpha(\tau)}{4}.$$

Mittels

$$\tanh\frac{g_P\tau}{c}=\frac{g_P\tau}{c}$$

lassen sich diese Ausdrücke noch weiter vereinfachen:

$$F(\tau)=F_P\sqrt{1-\frac{g_P^2\tau^2}{c^2}},\quad F_r(\tau)=F_P\left(1-\frac{g_P^2\tau^2}{c^2}\right),\quad F_\varphi(\tau)=F_P\sqrt{1-\frac{g_P^2\tau^2}{c^2}}\,\frac{g_P\tau}{c}.$$

Die Radialkraft ist nach einer Planck-Zeit auf denselben Wert abgesunken, den wir auch im Ruhesystem messen,

$$F_r(\tau_P)=F_P\left(1-\frac{g_P^2\tau_P^2}{c^2}\right)=F_P\left(1-\frac{1}{2}\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}\right)\approx\frac{F_P}{2},$$

und für die Tangentialkraft gilt dasselbe:

$$F_\varphi(\tau_P)=F_P\sqrt{1-\frac{g_P^2\tau_P^2}{c^2}}\,\frac{g_P\tau_P}{c}=F_P\sqrt{1-\frac{1}{2}\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{g_Pt_P}{c}\approx\frac{F_P}{2}.$$

Entsprechend sinkt auch der Betrag auf den Wert des $1/\sqrt{2}$-fachen der Planck-Kraft ab,

$$F(\tau_P)=F_P\sqrt{1-\frac{g_P^2\tau_P^2}{c^2}}=F_P\sqrt{1-\frac{1}{2}\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}}\approx\frac{F_P}{\sqrt{2}}$$

oder alternativ

$$F(\tau_P)=\sqrt{\left[F_r(\tau_P)\right]^2+\left[F_\varphi(\tau_P)\right]^2}=\sqrt{\frac{F_P^2}{4}+\frac{F_P^2}{4}}=\sqrt{\frac{F_P^2}{2}}=\frac{F_P}{\sqrt{2}}.$$

Analog bleibt wegen

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.

$$r\left(\tau_P\right)=\frac{l_P}{\sqrt{1-\frac{g_P^2\tau_P^2}{c^2}}}=\frac{l_P}{\sqrt{1-\frac{1}{2}\frac{g_P^2t_P^2}{c^2}}}\approx\sqrt{2}\cdot l_P$$

auch die Energie

$$F\left(\tau_P\right)r\left(\tau_P\right)=\frac{F_P}{\sqrt{2}}\sqrt{2}l_P=F_Pl_P=E_P$$

erhalten. Die Gravitationswechselwirkung hat man sich als Austausch von Gravitonen in einer eine Art Kristallgitter vorzustellen, wo jedem Raumelement von den Abmessungen eines Planck-Kubus eine Quantenzahl zugeordnet ist,[6] so daß das betreffende Quant nach jedem Quantensprung weiß, wie viele Gravitonen seit dem Urknall hinzugekommen sind und wie groß demnach die Anziehungskraft in diesem Punkt sein muß. Entfernen sich zwei Massen voneinander, werden Gravitonen aufsummiert, bei Annäherung abgegeben. Somit kennt jede Masse im Raum die Kraft, die von anderen Massen auf sie ausgeübt wird. Die vermeintliche Fernwirkung, die sich mit Überlichtgeschwindigkeit ausbreiten soll, gibt es also nicht.

[6] Die sich einfach aus der Ausdehnung des Universums ergibt

Copyright © 2023, Manfred Hiebl. Alle Rechte vorbehalten.