Aufgabe: Begründen Sie, warum die Hawking-Strahlung im Universum nicht einfach verschwindet und warum Information wiederhergestellt wird.

Lösung: Wie wir in Aufgabe [176] gezeigt haben, ist der Raum beiderseits des Ereignishorizonts unterschiedlich gekrümmt. Nur was sich so schnell wie das Licht bewegt, d.h. $ct = r,$ hat verschwindende Krümmung, denn nur dann ist $s^2 = c^2t^2 - r^2 = 0$ und befindet sich zur Zeit $t = T_S$ auf dem Schwarzschildradius $R_S = cT_S,$ wobei T_S das gegenwärtige Alter des Universums ist. Mit den Notationen $\overline{r} = ir$ und $c\overline{t} = ict$ können wir zeigen, daß das sichtbare und das Antiuniversum entgegengesetzte Krümmung haben, wenn wir annehmen, daß sich der Raum[1] auf dem Schwarzschildradius befindet:

$$s_{ges}^2 = s^2 + \overline{s}^2 = R_S^2 + i^2R_S^2 = c^2t^2 - r^2 + i^2c^2t^2 - i^2r^2 = 0.$$

Daraus folgt zunächst

$$s^2 = c^2t^2 - r^2 = \overline{r}^2 - \overline{c}^2t^2 = -\overline{s}^2.$$

Nehmen wir an, es sei $c^2t^2 - r^2 > 0,$ dann ist $\overline{r}^2 - \overline{c}^2t^2 = c^2t^2 - r^2 > 0$ und $\overline{s}^2 = \overline{c}^2t^2 - \overline{r}^2 < 0.$ Folglich muß $s^2 = R_S^2$ und $\overline{s}^2 = i^2R_S^2$ sein. Die Relation $s = i \cdot \overline{s}$ ist auch erfüllt durch die triviale Lösung $s = \overline{s} = 0,$ d.h. $R_S = 0.$ Dann hätte das Universum allerdings wegen

$$R_S = \frac{2GM}{c^2}$$

auch keinen Schwarzschildradius und keine Masse, im Widerspruch dazu, daß der Schwarzschildradius stets proportional zur Masse ist. Da das Universum immer noch altert, d.h. sich immer noch ausdehnt, nimmt auch sein Schwarzschildradius und damit seine Masse immer noch zu. Stellen wir die Einsteinsche Energie-Impuls-Relation aus Symmetriegründen auch für das Antiuniversum auf,

$$E^2 = M^2c^4 + p^2c^2, \quad \overline{E}^2 = \overline{M}^2c^4 + \overline{p}^2c^2,$$

so folgt nach Auflösung dieser Gleichungen nach den Massen,

$$M^2 = \frac{E^2}{c^4} - \frac{p^2}{c^2}, \quad \overline{M}^2 = \frac{\overline{E}^2}{c^4} - \frac{\overline{p}^2}{c^2},$$

aus dem Verschwinden der Gesamtenergie

$$E_{ges}^2 = E^2 + \overline{E}^2 = \left(M^2 + \overline{M}^2\right)c^4 + \left(p^2 + \overline{p}^2\right)c^2 = 0$$

auch das Verschwinden der Gesamtmasse und des Gesamtimpulses:

$$M_{ges}^2 = M^2 + \overline{M}^2 = M^2 + i^2M^2 = 0,$$
$$p_{ges}^2 = p^2 + \overline{p}^2 = p^2 + i^2p^2 = 0.$$

[1] Dann und nur dann

Um Lösungen zu finden, erweitern wir die Gesamtmasse

$$M_{ges}^2 = \frac{E^2}{c^4} - \frac{p^2}{c^2} + \frac{\bar{E}^2}{c^4} - \frac{\bar{p}^2}{c^2} = \frac{E^2}{c^4} - \frac{p^2}{c^2} - \frac{E^2}{c^4} + \frac{p^2}{c^2} = 0$$

in zwei Schritten, indem wir einen gemischten Term $2iEp/c^3$ einmal hinzufügen und gleich wieder abziehen,

$$M_{ges}^2 = \left(\frac{E^2}{c^4} + 2\frac{Eip}{c^3} + \frac{i^2p^2}{c^2}\right) + \left(\frac{i^2E^2}{c^4} - 2\frac{iEp}{c^3} + \frac{p^2}{c^2}\right) = \left(\frac{E}{c^2} + \frac{ip}{c}\right)^2 + \left(\frac{iE}{c^2} - \frac{p}{c}\right)^2,$$

$$M_{ges}^2 = \left(\frac{E^2}{c^4} - 2\frac{Eip}{c^3} + \frac{i^2p^2}{c^2}\right) + \left(\frac{i^2E^2}{c^4} + 2\frac{iEp}{c^3} + \frac{p^2}{c^2}\right) = \left(\frac{E}{c^2} - \frac{ip}{c}\right)^2 + \left(\frac{iE}{c^2} + \frac{p}{c}\right)^2.$$

Damit erhalten wir die vier Lösungen

$$M_1 = \frac{E}{c^2} + \frac{ip}{c}, \quad \bar{M}_1 = \frac{iE}{c^2} - \frac{p}{c},$$

$$M_2 = \frac{E}{c^2} - \frac{ip}{c}, \quad \bar{M}_2 = \frac{iE}{c^2} + \frac{p}{c},$$

die ebenfalls die Relationen

$$M_{ges}^2 = M_1^2 + \bar{M}_1^2 = 0, \quad M_{ges}^2 = M_2^2 + \bar{M}_2^2 = 0$$

erfüllen. Die Massen von Universum und Antiuniversum sind zueinander komplex konjugiert:

$$M_1 = -i\left(\frac{iE}{c^2} - \frac{p}{c}\right) = -i\bar{M}_1, \quad \bar{M}_1 = i\left(\frac{E}{c^2} + \frac{ip}{c}\right) = iM_1,$$

$$M_2 = -i\left(\frac{iE}{c^2} + \frac{p}{c}\right) = -i\bar{M}_2, \quad \bar{M}_2 = i\left(\frac{E}{c^2} - \frac{ip}{c}\right) = iM_2.$$

Multiplizieren wir beide Lösungen, ergeben sich die Quadrate der Massen von Universum und Antiuniversum,[2]

$$M^2 = M_1M_2 = \left(\frac{E}{c^2} + \frac{ip}{c}\right)\left(\frac{E}{c^2} - \frac{ip}{c}\right) = \frac{E^2}{c^4} - \frac{i^2p^2}{c^2},$$

$$\bar{M}^2 = \bar{M}_1\bar{M}_2 = \left(\frac{iE}{c^2} - \frac{p}{c}\right)\left(\frac{iE}{c^2} + \frac{p}{c}\right) = \frac{i^2E^2}{c^4} - \frac{p^2}{c^2},$$

mit der Gesamtmasse

$$M_{ges}^2 = M^2 + \bar{M}^2 = \frac{\left(R_S^2 + \bar{R}_S^2\right)c^4}{4G^2} = 0.$$

Über die beiden Schwarzschildradien von Universum und Antiuniversum schließt sich der Kreis: das Gesamtuniversum hat keinen Radius, denn

[2] In der Relativitätstheorie müssen Massen wegen der Energie-Impuls-Äquivalenz immer quadratisch addiert werden.

$$R_S^2 + \overline{R}_S^2 = 0.$$

Wenn wir die räumlichen Anteile des Universums auf dem Schwarzschildradius ansiedeln,[3]

$$R_S^2 = c^2 t^2 - r^2 = s^2, \quad i^2 R_S^2 = c^2 \overline{t}^2 - \overline{r}^2 = \overline{s}^2,$$

folgt daraus, daß es auch keinen Gesamtweltraum gibt,

$$s^2 + \overline{s}^2 = 0,$$

wohl aber Teiluniversen, die sich gegenseitig überlappen und zu Null addieren. Das Antiuniversum bildet den Außenraum, in den die Hawking-Strahlung des Universums abgegeben wird. Wenn aber das sichtbare Universum Hawking-Strahlung nach außen abgibt, muß das CPT-transformierte Antiuniversum diese Strahlung absorbieren, sonst wäre die Energieerhaltung verletzt. Das gewöhnliche Universum verdampft also zu einer Singularität, während das Antiuniversum rückläufig zu seiner vollen Größe anschwillt. Die dunkle Energie, die in unserem Universum fehlt, muß sich also bereits im Antiuniversum befinden, d.h. sie wird allgemein noch zunehmen, sonst könnte das All nicht in einer Singularität verschwinden und es gäbe keinen Neuanfang. Wir sehen auch, daß Information nicht einfach in einem Schwarzen Loch verschwindet, sondern wiederhergestellt wird.

[3] Das dürfen wir, denn 0 = 1 + (–1).

