

Physikaufgabe 176

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

Aufgabe: Widerlegen Sie die Annahme, daß unser sichtbares Universum flach ist, und begründen Sie, warum es sowohl hyperbolisch als auch elliptisch sein kann.

Beweis: Nach Hawking ist die Energie des Universums gleich null, denn es kann ja nichts sein, was vorher nicht war. Für den Raum muß das gleiche gelten, es kann keinen Raum geben, der vorher nicht existierte. Und so, wie sich die Energie aus einem positiven und einem negativen Anteil zu null addiert, muß sich auch das All aus einem realen und einem imaginären Raum zusammensetzen, die sich gegenseitig aufheben. Das haben wir in Abb. 1 anschaulich dargestellt. Dabei entsprechen die grünen Vektoren denen unseres sichtbaren Universums, die roten sind die des Antiuniversums, welches in Raum und Zeit rückwärts läuft. Aus Gründen der Anschaulichkeit haben wir sogleich die Quadrate der entsprechenden Vektoren angegeben und die Variablen des Antiuniversums als imaginäre Größen durch einen Querstrich gekennzeichnet. Da sich die beiden Sphären überlagern, haben wir den grünen Lichtkegel in der rechten Abbildung mit der Spitze nach links angeordnet, so daß die Ausbreitungsrichtung des Alls nach rechts verläuft, den roten Lichtkegel mit der Ausbreitungsrichtung nach links mit der Spitze nach rechts. Beide Lichtkegel drehen sich mit zunehmender Zeit im Kreis und bilden einen Torus vom Durchmesser des doppelten Schwarzschildradius, von welchem zum Zeitpunkt des Urknalls der Mikrowellenhintergrund ausgeht.

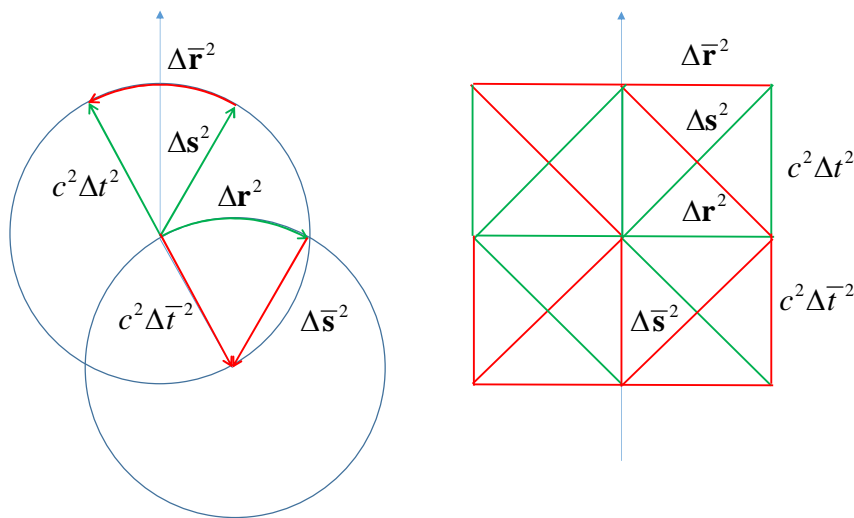


Abbildung 1. Das Weltall bestehend aus Universum (grün) und Antiuniversum (rot), rechts die seitlich projizierten Lichtkegel

Dieser Mikrowellenhintergrund, aus dem sich keine Information ableiten läßt, wie es davor und dahinter aussieht, stellt ein Analogon zur Null des Zahlensystems dar. Jene sogenannte 3-K-Strahlung kann also keine Aussage darüber machen, was zur Zeit $t < 0$ passiert ist oder zur Zeit $t > 0$ passieren wird, da sie exakt der Zeit $t = 0$ entspricht, als der Raum noch nicht separiert war. Vor und hinter dieser virtuellen Trennwand, der wir den Namen Ereignishorizont geben, weil sie genauso weit entfernt ist wie das Licht, das uns jemals erreichen kann, können die Verhältnisse nur entgegengesetzt zueinander sein. Nur zum Zeitpunkt des Urknalls entspricht der Ereignishorizont auch dem Schwarzschildradius des darauffolgenden Universums, und weiter als bis zum Schwarzschildradius kann sich das Universum auch nicht ausdehnen. Mißt also jemand die Krümmung des Raums exakt zum Zeitpunkt des Urknalls, so führt er eine Messung am gesamten Universum durch, welches aus Symmetriegründen lichtartig sein muß, d.h. daß

Physikaufgabe 176

sein Wegelement verschwindet. Der Ereignishorizont kann daher nicht das Ende der Welt bedeuten, sondern es muß etwas dahinter geben, was die Welt zu null macht. Folglich ist die Schlußfolgerung $0=0+0$ voreilig, denn es kann genausogut $0=1+i^2$ sein. Das All ist die Polarisierung des Nichts, denn unstreitig ist

$$s_{ges}^2 = c^2 t^2 + x^2 - (c^2 t^2 + x^2) = c^2 t^2 - x^2 + x^2 - c^2 t^2 = 0.$$

Dabei setzen wir die Null dem vierdimensionalen Wegelement $s_{ges}^2 = s^2 + \bar{s}^2$ des gesamten Universums gleich und s^2 bzw. $\bar{s}^2 = -s^2$ den quadratischen Wegelementen des Universums und des dazugehörigen Antiuniversums. Je nach Bedarf erhalten wir entweder zwei Hyperbeln,

$$c^2 t^2 - x^2 = s^2 \quad \text{bzw.} \quad x^2 - c^2 t^2 = \bar{s}^2,$$

oder wegen

$$s_{ges}^2 = c^2 t^2 + x^2 - (x^2 + c^2 t^2) = s^2 - s^2$$

zwei gleichseitige konjugierte Ellipsen, d.h. eigentlich Kreise¹

$$c^2 t^2 + x^2 = s^2 \quad \text{bzw.} \quad x^2 + c^2 t^2 = s^2,$$

die wegen $i^2 = -1$ zwei gleichseitige konjugierte Hyperbeln in der komplexen Ebene ergeben,

$$c^2 t^2 - i^2 x^2 = s^2 \quad \text{bzw.} \quad x^2 - i^2 c^2 t^2 = s^2.$$

Die Spezielle Relativitätstheorie bildet also nicht das gesamte Weltall ab, sondern nur den Teil unseres sichtbaren Universums. Wenn wir nämlich $\bar{x} = ix$ und $c\bar{t} = ict$ setzen, dann gilt wegen $x = -i \cdot \bar{x}$ und $ct = -i c\bar{t}$ zunächst für die Quadrate $x^2 = -\bar{x}^2$ und $c^2 t^2 = -c^2 \bar{t}^2$, woraus sich wegen $\bar{s} = is$ entweder zwei verschränkte, komplex-konjugierte Hyperbeln ergeben,

$$c^2 t^2 - \bar{x}^2 = s^2 \quad \text{bzw.} \quad x^2 - c^2 \bar{t}^2 = s^2,$$

oder zwei nicht verschränkte, von außen betrachtet gleichseitige Ellipsen

$$c^2 t^2 + x^2 = s^2 \quad \text{bzw.} \quad \bar{x}^2 + c^2 \bar{t}^2 = \bar{s}^2.$$

Universum und Antiuniversum sind also hyperbolisch miteinander verschränkt, jedoch beide positiv gekrümmt. Die Gleichungen ihrer vierdimensionalen Kugeloberflächen lauten:

$$\frac{c^2 t^2}{s^2} + \frac{r^2}{s^2} = 1 \quad \text{bzw.} \quad \frac{c^2 \bar{t}^2}{\bar{s}^2} + \frac{\bar{r}^2}{\bar{s}^2} = 1,$$

wobei wir x durch r und \bar{x} durch \bar{r} ersetzt haben. Addiert man die beiden Wegelemente, so ist das Universum natürlich flach,

$$\begin{aligned} s_{ges}^2 &= s^2 + \bar{s}^2 = c^2 t^2 + x^2 + c^2 \bar{t}^2 + \bar{x}^2 = (c^2 t^2 + \bar{x}^2) + (c^2 \bar{t}^2 + x^2) \\ &= (c^2 t^2 + i^2 x^2) + (i^2 c^2 \bar{t}^2 + x^2) = c^2 t^2 - x^2 - c^2 \bar{t}^2 + x^2 = 0, \end{aligned}$$

¹ Oder besser gesagt Kugeln, wenn wir x gleich dem Radiusvektor r setzen

Physikaufgabe 176

was aus Symmetriegründen gar nicht anders sein kann. Dieser Ausdruck läßt sich wahlweise umformen in

$$\begin{aligned}s_{ges}^2 &= (c^2 t^2 - i^2 x^2) + (i^2 c^2 t^2 - x^2) = (1 + i^2)(c^2 t^2 - i^2 x^2) \\ &= (1 + i^2)(ct + ix)(ct - ix).\end{aligned}$$

Aus dem ersteren folgt

$$\begin{aligned}s_{ges}^2 &= (c^2 t^2 + i^2 x^2) + (i^2 c^2 t^2 + x^2) = (c^2 t^2 - i^2 x^2) + (i^2 c^2 t^2 - x^2) \\ &= (1 + i^2)(i^2 c^2 t^2 - x^2) = (1 + i^2)(ict - x)(ict + x).\end{aligned}$$

Man kann nun die erste Darstellung noch zweimal geeignet erweitern, indem man einen gemischten Term $2ictx$ einmal hinzufügt und gleich wieder abzieht,

$$\begin{aligned}s_{ges}^2 &= (c^2 t^2 + 2ictx + i^2 x^2) + (i^2 c^2 t^2 - 2ixct + x^2) \\ &= (ct + ix)^2 + (ict - x)^2 = (1 + i^2)(ct + ix)^2,\end{aligned}$$

oder zuerst abzieht und dann hinzufügt,

$$\begin{aligned}s_{ges}^2 &= (c^2 t^2 - 2ictx + i^2 x^2) + (i^2 c^2 t^2 + 2ixct + x^2) \\ &= (ct - ix)^2 + (ict + x)^2 = (1 + i^2)(ct - ix)^2.\end{aligned}$$

Insgesamt erhalten wir somit folgende vier Lösungen:

$$\begin{aligned}s_1 &= ct + ix, & \bar{s}_1 &= ict - x, \\ s_2 &= ct - ix, & \bar{s}_2 &= ict + x,\end{aligned}$$

die miteinander verschränkt sind:

$$\begin{aligned}s_1 &= ct + ix = -i(ict - x) = -i \cdot \bar{s}_1, & \bar{s}_1 &= ict - x = i(ct + ix) = is_1, \\ s_2 &= ct - ix = -i(ict + x) = -i \cdot \bar{s}_2, & \bar{s}_2 &= ict + x = i(ct - ix) = is_2.\end{aligned}$$

Multiplizieren wir beide Lösungen sowohl im Universum als auch Antiuniversum, folgt

$$\begin{aligned}s^2 &= s_1 s_2 = (ct + ix)(ct - ix) = c^2 t^2 - i^2 x^2 = c^2 t^2 + x^2, \\ \bar{s}^2 &= \bar{s}_1 \bar{s}_2 = (ict - x)(ict + x) = i^2 c^2 t^2 - x^2 = -(c^2 t^2 + x^2).\end{aligned}$$

Mit den metrischen Koeffizienten

$$\begin{aligned}g_{11} &= 1, & g_{12} &= 0, & g_{22} &= 1, \\ \bar{g}_{11} &= -1, & \bar{g}_{12} &= 0, & \bar{g}_{22} &= -1,\end{aligned}$$

weist das Gesamtuniversum nach Addition beider Gleichungen keine Krümmung auf,

$$s_{ges}^2 = s^2 + \bar{s}^2 = (g_{11} + \bar{g}_{11})c^2 t^2 + (g_{12} + \bar{g}_{12})ctx + (g_{22} + \bar{g}_{22})x^2 = 0,$$

und für das Produkt beider Wegelemente gilt

Physikaufgabe 176

$$s\bar{s} = \sqrt{i^2(c^2t^2 + x^2)^2} = i(c^2t^2 + x^2) = is^2 = -i \cdot \bar{s}^2.$$

Addieren wir die beiden konjugierten Wegelemente nach Multiplikation mit i ,

$$2is\bar{s} = i^2(s^2 - \bar{s}^2) = \bar{s}^2 - s^2,$$

folgt daraus die Beziehung

$$\bar{s}^2 - 2is\bar{s} + i^2s^2 = (\bar{s} - is)^2 = 0.$$

Auch die beiden Teillösungen erfüllen die Bedingung für Lichtartigkeit:

$$s_{ges,1}^2 = s_1^2 + \bar{s}_1^2 = (ct + ix)^2 + (ict - x)^2 = 0,$$

$$s_{ges,2}^2 = s_2^2 + \bar{s}_2^2 = (ct - ix)^2 + (ict + x)^2 = 0.$$

Wir können ferner zeigen, daß jede Teillösung ihr Analogon im Antiuniversum besitzt, indem wir deren Produkte bilden und diese dann entsprechend auflösen,

$$s_1\bar{s}_1 = (ct + ix)(ict - x) = i(ct + ix)(ct + ix) = is_1^2,$$

$$s_1\bar{s}_1 = (ct + ix)(ict - x) = -i(ict - x)(ict - x) = -i \cdot \bar{s}_1^2,$$

$$s_2\bar{s}_2 = (ct - ix)(ict + x) = i(ct - ix)(ct - ix) = is_2^2,$$

$$s_2\bar{s}_2 = (ct - ix)(ict + x) = -i(ict + x)(ict + x) = -i \cdot \bar{s}_2^2.$$

Ausmultipliziert ergibt sich ein Real- und ein Imaginärteil,

$$s_1\bar{s}_1 = is_1^2 = i(ct + ix)^2 = i(c^2t^2 + 2ictx + i^2x^2) = -2ctx + i(c^2t^2 - x^2),$$

$$s_2\bar{s}_2 = is_2^2 = i(ct - ix)^2 = i(c^2t^2 - 2ictx - x^2) = 2ctx + i(c^2t^2 - x^2).$$

Addiert und subtrahiert ergeben sich folgende Relationen:

$$s_1\bar{s}_1 + s_2\bar{s}_2 = i(s_1^2 + s_2^2) = 2i(c^2t^2 - x^2),$$

$$s_1\bar{s}_1 - s_2\bar{s}_2 = i(s_1^2 - s_2^2) = -4ctx,$$

was den Gleichungen

$$s_1^2 + s_2^2 = (ct + ix)^2 + (ct - ix)^2 = 2(c^2t^2 - x^2),$$

$$s_1^2 - s_2^2 = [(ct + ix)^2 - (ct - ix)^2] = 4ictx$$

entspricht. Durch Addition und Subtraktion folgen die Teillösungen

$$s_1^2 = c^2t^2 - x^2 - 2ictx = g_{11}^1c^2t^2 + g_{22}^1x^2 + 2g_{12}^1ctx,$$

$$s_2^2 = c^2t^2 - x^2 + 2ictx = g_{11}^2c^2t^2 + g_{22}^2x^2 + 2g_{12}^2ctx$$

mit den metrischen Koeffizienten

Physikaufgabe 176

$$g_{11}^1 = 1, \quad g_{12}^1 = -i, \quad g_{22}^1 = -1, \\ g_{11}^2 = 1, \quad g_{12}^2 = i, \quad g_{22}^2 = -1.$$

Die Teillösungen entsprechen also den Einsteinschen Koeffizienten, wenn man die imaginären Anteile als mit der Physik unvereinbar deklariert. Analog folgen aus den Beziehungen

$$\bar{s}_1^2 + \bar{s}_2^2 = (ict - x)^2 + (ict + x)^2 = -2(c^2t^2 - x^2), \\ \bar{s}_1^2 - \bar{s}_2^2 = (ict - x)^2 - (ict + x)^2 = 4ictx$$

die quadratischen Wegelemente

$$\bar{s}_1^2 = x^2 - c^2t^2 + 2ictx = \bar{g}_{11}^1c^2t^2 + 2\bar{g}_{12}^1ctx + \bar{g}_{22}^1x^2, \\ \bar{s}_2^2 = x^2 - c^2t^2 - 2ictx = \bar{g}_{11}^2c^2t^2 + 2\bar{g}_{12}^2ctx + \bar{g}_{22}^2x^2$$

mit den metrischen Koeffizienten

$$\bar{g}_{11}^1 = -1, \quad \bar{g}_{12}^1 = i, \quad \bar{g}_{22}^1 = 1, \\ \bar{g}_{11}^2 = -1, \quad \bar{g}_{12}^2 = -i, \quad \bar{g}_{22}^2 = 1.$$

Die Teillösungen sind also dergestalt, daß unter Verwendung der Relationen

$$s_1^2 + s_2^2 = 2(c^2t^2 - x^2), \quad \bar{s}_1^2 + \bar{s}_2^2 = -2(c^2t^2 - x^2), \\ 2s_1s_2 = 2(c^2t^2 + x^2), \quad 2\bar{s}_1\bar{s}_2 = -2(c^2t^2 + x^2)$$

für die Quadrate der Summe beider Lösungen die folgenden Beziehungen gelten:

$$(s_1 + s_2)^2 = s_1^2 + 2s_1s_2 + s_2^2 = 2(c^2t^2 - x^2) + 2(c^2t^2 + x^2) = 4c^2t^2, \\ (\bar{s}_1 + \bar{s}_2)^2 = \bar{s}_1^2 + 2\bar{s}_1\bar{s}_2 + \bar{s}_2^2 = -2(c^2t^2 - x^2) - 2(c^2t^2 + x^2) = -4c^2t^2.$$

Additiv ergibt sich

$$(s_1 + s_2)^2 + (\bar{s}_1 + \bar{s}_2)^2 = 2(s_1s_2 + \bar{s}_1\bar{s}_2) = 2(s^2 + \bar{s}^2) = 0,$$

und für die Quadrate der Differenzen erhalten wir

$$(s_1 - s_2)^2 = s_1^2 - 2s_1s_2 + s_2^2 = 2(c^2t^2 - x^2) - 2(c^2t^2 + x^2) = -4x^2, \\ (\bar{s}_1 - \bar{s}_2)^2 = \bar{s}_1^2 - 2\bar{s}_1\bar{s}_2 + \bar{s}_2^2 = -2(c^2t^2 - x^2) + 2(c^2t^2 + x^2) = 4x^2,$$

so daß

$$(s_1 - s_2)^2 + (\bar{s}_1 - \bar{s}_2)^2 = -2(s_1s_2 + \bar{s}_1\bar{s}_2) = -2(s^2 + \bar{s}^2) = 0.$$

Aus der letzten Gleichung darf allerdings nicht der falsche Schluß gezogen werden, daß $s_1 = s_2$ und $\bar{s}_1 = \bar{s}_2$, denn aus

Physikaufgabe 176

$$s_1 + s_2 = ct + ix + ct - ix = 2ct, \quad \bar{s}_1 + \bar{s}_2 = ict - x + ict + x = 2ict,$$

$$s_1 - s_2 = ct + ix - ct + ix = 2ix, \quad \bar{s}_1 - \bar{s}_2 = ict - x - ict - x = -2x$$

folgt, daß $s_1 = s_2 + 2ix$ und $\bar{s}_1 = \bar{s}_2 - 2x$.

Abb. 2 zeigt nun die beiden Hyperbeln des Universums. Dabei haben wir die y - und z -Achse vernachlässigt, da sie für unsere Überlegungen ohne Belang sind. Die Spezielle Relativitätstheorie ist insofern unvollständig, als sie nur von einem einzigen Universum ausgeht.

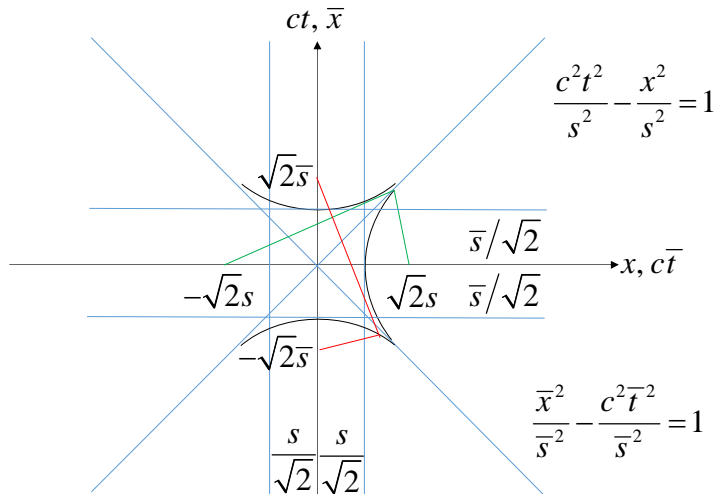


Abbildung 2. Das All besteht aus zwei gleichseitigen komplex-konjugierten Hyperbeln

Führen wir anstatt der Wegelemente die Schwarzschildradien $s = R_s$ und $\bar{s} = iR_s$ ein, so lauten die konjugierten Größen²

$$\bar{x}^2 = R_s^2 - c^2 t^2, \quad c^2 \bar{t}^2 = i^2 R_s^2 - x^2, \quad \bar{s}^2 = -s^2.$$

Durch Einsetzen dieser Relationen läßt sich zeigen, daß diese dem Wegelement des Gesamtuniversums genügen:

$$s_{ges}^2 = s^2 + \bar{s}^2 = c^2 t^2 + \bar{x}^2 + x^2 + c^2 \bar{t}^2$$

$$= R_s^2 - \bar{x}^2 + \bar{x}^2 + i^2 R_s^2 - c^2 \bar{t}^2 + c^2 \bar{t}^2 = 0.$$

Da wir das Universum mittels der Transformationen $x^2 = -\bar{x}^2$ und $c^2 t^2 = -c^2 \bar{t}^2$ wahlweise elliptisch oder hyperbolisch darstellen können,

$$s_{ges}^2 = s^2 + \bar{s}^2 = (c^2 t^2 + x^2) + (\bar{x}^2 + c^2 \bar{t}^2) = (c^2 t^2 - \bar{x}^2) + (c^2 \bar{t}^2 - x^2),$$

können wir das Antiuniversum auf die komplex-konjugierte Hyperbel $c^2 \bar{t}^2 - x^2 = \bar{s}^2$ bringen. Aus $c^2 \bar{t}^2 + \bar{x}^2 = \bar{s}^2$ folgt dann durch Rücktransformation, i.e.

$$i^2 R_s^2 - x^2 + R_s^2 - c^2 t^2 = -s^2,$$

² Nicht zu verwechseln mit dem Ereignishorizont

Physikaufgabe 176

wieder eine Ellipse: $c^2 t^2 + x^2 = s^2$. Somit besteht das All aus zwei gleichseitigen komplex-konjugierten Hyperbeln der Form

$$\frac{c^2 t^2}{s^2} - \frac{\bar{x}^2}{s^2} = 1 \quad \text{bzw.} \quad \frac{c^2 \bar{t}^2}{s^2} - \frac{x^2}{s^2} = 1.$$

Die Wahl der Koordinaten läßt erkennen, daß sich das Paralleluniversum der Singularität annähert, wenn das andere räumlich und zeitlich seine maximale Ausdehnung erreicht hat, und umgekehrt:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow R_S} c^2 t^2 &= i^2 R_S^2 + \lim_{x \rightarrow R_S} x^2 = 0, & \lim_{ct \rightarrow R_S} \bar{x}^2 &= -R_S^2 + \lim_{ct \rightarrow R_S} c^2 t^2 = 0, \\ \lim_{x \rightarrow 0} c^2 t^2 &= i^2 R_S^2 + \lim_{x \rightarrow 0} x^2 = i^2 R_S^2, & \lim_{ct \rightarrow 0} \bar{x}^2 &= -R_S^2 + \lim_{ct \rightarrow 0} c^2 t^2 = i^2 R_S^2 \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned} \lim_{\bar{x} \rightarrow iR_S} c^2 \bar{t}^2 &= R_S^2 + \lim_{\bar{x} \rightarrow iR_S} \bar{x}^2 = 0, & \lim_{ct \rightarrow iR_S} x^2 &= -i^2 R_S^2 + \lim_{ct \rightarrow iR_S} c^2 t^2 = 0, \\ \lim_{\bar{x} \rightarrow 0} c^2 \bar{t}^2 &= R_S^2 + \lim_{\bar{x} \rightarrow 0} \bar{x}^2 = R_S^2, & \lim_{ct \rightarrow 0} x^2 &= -i^2 R_S^2 + \lim_{ct \rightarrow 0} c^2 t^2 = R_S^2. \end{aligned}$$

Entnehmen wir diejenige Kathete, die in der Vergangenheit liegt, dem Paralleluniversum, erhalten wir zwei Ellipsen

$$\frac{c^2 t^2}{s^2} + \frac{x^2}{s^2} = 1 \quad \text{bzw.} \quad \frac{c^2 \bar{t}^2}{s^2} + \frac{\bar{x}^2}{s^2} = 1,$$

die sich raumübergreifend durch den Satz des Pythagoras ausdrücken lassen:

$$c^2 t^2 + x^2 = s^2 \quad \text{bzw.} \quad c^2 \bar{t}^2 + \bar{x}^2 = \bar{s}^2.$$

Wenn beide Raumzeiten lichtartig und flach sind,³ d.h. wenn gilt: $s^2 = \bar{s}^2 = 0$, werden die Hyperbelgleichungen zu zwei Geradengleichungen

$$ct = \bar{x} = ix \quad \text{bzw.} \quad c\bar{t} = x = -i \cdot \bar{x},$$

mit jeweils einer Koordinate aus dem gewöhnlichen und der anderen aus dem Antiuniversum. Da die Vektoren paarweise aufeinander senkrecht stehen, gilt sogar $ct \cdot c\bar{t} + x \cdot \bar{x} = 0$. Die Wahl unserer Koordinaten $s = R_S$ und $\bar{s} = iR_S$ bestätigt also die Lichtartigkeit des Gesamtuniversums, d.h. im Universum gleichzeitig stattfindende Ereignisse $t_1 = t_2$ finden wegen

$$c^2 t_1^2 - x_1^2 - c^2 t_2^2 + x_2^2 = 0,$$

auch am gleichen Ort statt, $x_1 = x_2$. Das erklärt, warum entgegengesetzte Spins, die während des Urknalls miteinander Kontakt hatten, verschränkt sind und durch eine einzige Wellenfunktion ausgedrückt werden können. Der Grund ist, daß sie sich aufgrund der Lichtartigkeit des

³ Das entspricht dem Fall $0 = 0 + 0$ und würde die Allgemeine Relativitätstheorie ad absurdum führen, weil es dann in keinem der beiden Universen eine Singularität geben kann. Der Raum würde sich unendlich ausdehnen und eine Wiedergeburt des Alls wäre ausgeschlossen.

Physikaufgabe 176

Universums miteinander austauschen können, auch wenn sie augenscheinlich nicht am gleichen Ort sind.

Seien $|\varphi\rangle$ und $|\bar{\varphi}\rangle$ zwei entgegengesetzte Spinzustände. Dann ist die Wellenfunktion als Überlagerungszustand beider Spins gegeben durch

$$|\psi\rangle = \alpha|\varphi\rangle + \bar{\alpha}|\bar{\varphi}\rangle.$$

Mißt man selbst etwa den Zustand $|\varphi\rangle$, dann kennt man auch die Wahrscheinlichkeit α , mit der man diesen Zustand gemessen hat, denn

$$\langle\varphi|\psi\rangle = \alpha\langle\varphi|\varphi\rangle + \bar{\alpha}\langle\varphi|\bar{\varphi}\rangle = \alpha.$$

Der andere Beobachter, egal, wie weit er entfernt sein mag, kann dann bei sich nur den Zustand $|\bar{\varphi}\rangle$ messen. Dessen Wahrscheinlichkeit lautet:

$$\langle\bar{\varphi}|\psi\rangle = \alpha\langle\bar{\varphi}|\varphi\rangle + \bar{\alpha}\langle\bar{\varphi}|\bar{\varphi}\rangle = \bar{\alpha}.$$

Bilden wir nun noch das Skalarprodukt der Wellenfunktion, ergibt sich

$$\langle\psi|\psi\rangle = (\alpha\langle\varphi| + \bar{\alpha}\langle\bar{\varphi}|)(\alpha|\varphi\rangle + \bar{\alpha}|\bar{\varphi}\rangle) = \alpha^2\langle\varphi|\varphi\rangle + \alpha\bar{\alpha}\langle\varphi|\bar{\varphi}\rangle + \bar{\alpha}\alpha\langle\bar{\varphi}|\varphi\rangle + \bar{\alpha}^2\langle\bar{\varphi}|\bar{\varphi}\rangle.$$

Da die Spinzustände normiert und orthogonal sind,

$$\begin{aligned}\langle\varphi|\varphi\rangle &= \langle\bar{\varphi}|\bar{\varphi}\rangle = 1, \\ \langle\varphi|\bar{\varphi}\rangle &= \langle\bar{\varphi}|\varphi\rangle = 0,\end{aligned}$$

und aufgrund der Normierung der Wellenfunktion $\langle\psi|\psi\rangle = 1$ ist, weiß man auch, daß

$$\langle\psi|\psi\rangle = \alpha^2 + \bar{\alpha}^2 = 1.$$

Bei nur zwei Zuständen sind die Wahrscheinlichkeiten also gleich groß und beide gleich $1/2$.

Betrachtet man allerdings nur unser sichtbares Universum, so ist die Lichtartigkeit keineswegs selbstverständlich. Daher kann man auch lange rätseln, welches Vorzeichen die Raumkrümmung hat. Legt man die beiden Sphären für Raum und Antiraum jedoch übereinander, haben beide entgegengesetzte Krümmung und heben sich gegenseitig auf. Die Krümmung hängt davon ab, ob man die Innen- oder Außenseite betrachtet. Dabei hat das sich ausdehnende Universum elliptische Krümmung und das sich zusammenziehende hyperbolische. Hinsichtlich einer unendlichen Abfolge sich ausdehnender und zusammenziehender Universen legt die Zunahme der Entropie das Vorzeichen der Expansion und damit die Raumkrümmung fest. Nur der Ereignishorizont, den wir im Abstand des Urknalls sehen, hat verschwindende Krümmung

qed