

Physikaufgabe 164

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

Aufgabe: Führen sie aus, zu welcher Temperaturerhöhung eine Verdopplung des CO₂-Gehalts der Luft führt.

Lösung: Die von der Sonne auf die Erde mit dem Radius R und der Temperatur T eingestrahlte Leistung P , verteilt über die Erdoberfläche, berechnet sich nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz gemäß folgender Formel:

$$P = \frac{I_0}{4}(1 - \rho)\pi R^2 = \pi R^2 \sigma T^4.$$

Dabei ist $I_0 = 1367 \text{ W m}^{-2}$ die Solarkonstante am Rand der Atmosphäre und $\rho = 0,306$ die Albedo¹ der Erde. Diese hängt nicht vom CO₂-Gehalt ab, sondern von der Oberflächenbeschaffenheit unseres Planeten. σ ist die Stefan-Boltzmann-Konstante. Der Faktor 4 läßt sich aus dem Verhältnis von Halbkugeloberfläche zu Querschnittsfläche sowie der Tatsache erklären, daß sich die Erde einmal am Tag um ihre eigene Achse dreht und somit nur die Hälfte der Sonnenenergie aufnehmen kann. Mit der Solarkonstante am Boden $\hat{I}_0 = I_0/4$ und der auf dem Boden auftreffenden Leistung $\hat{P}_0 = \hat{I}_0 \pi R^2$ nimmt das Stefan-Boltzmann-Gesetz folgende Form an:

$$P = \hat{I}_0(1 - \rho)\pi R^2 = \hat{P}_0(1 - \rho) = \pi R^2 \sigma T^4.$$

Zur Lösung der Aufgabenstellung müssen wir nur den Energieerhaltungssatz heranziehen. Im Weltall ist nämlich die Summe aller Energien gleich null, was insbesondere auch für Strahlungsleistungen gilt,

$$\sum_i P_i = 0.$$

Bezeichnen wir mit $P_{1-\rho}$ die auf der Erde auftreffende Leistung abzüglich Reflexionsverlusten, mit P_ρ die reflektierte Leistung, mit P_α die aufgrund von Treibhausgasen absorbierte Leistung und mit P_τ die ins All entweichende Leistung durch Transmissionsverluste, dann muß sich die obige Summe wie folgt zusammensetzen:

$$P_{1-\rho} + P_\rho + P_\alpha + P_\tau - P_{2-\rho} = 0,$$

wobei $P_{2-\rho}$ die Leistung der sogenannten solaren Gegenstrahlung ist, welche den Absorptionsgewinn und die Transmissionsverluste der Erde ausgleicht.² Wie hoch die Intensität dieser Gegenstrahlung ist, ergibt sich nach Umformung aus dem Strahlungsgleichgewicht zwischen Quelle und Empfänger, also Sonne und Erde:

¹ Die Rückstrahlung von Erdoberfläche und Atmosphäre

² Weil sie zugeführt werden muß, hat sie ein negatives Vorzeichen.

Physikaufgabe 164

$$P_{2-\rho} - P_{\rho} - P_{\tau} = P_{1-\rho} + P_{\alpha}.$$

Wenn es keine Absorption durch Kohlenstoffdioxid gäbe, würde auch nichts von der Erdatmosphäre absorbiert und die Erde würde all ihre von der Sonne erhaltene Energie wieder abstrahlen. Trotzdem würde unser Planet seine Temperatur beibehalten, weil aus Gründen des Strahlungsgleichgewichts genausoviel Strahlung ans Weltall zurückgegeben wird, wie von der Sonne aufgenommen wurde. Die in den Erdboden eindringende Strahlung $\hat{I}_0(1-\rho)$ ist also gleich der einfallenden Strahlung \hat{I}_0 minus der reflektierten I_{ρ} , wobei $I_{\tau} + I_{\alpha} + I_{\rho} = \hat{I}_0$ gilt. Dabei wird die langwellige Strahlung $I_{\tau} + I_{\alpha}$ teils von der Atmosphäre aufgenommen, da diese für infrarotes Licht weitgehend undurchlässig ist, teils wieder ins Weltall abgestrahlt. Die Strahlungsamplitude $\hat{I}_0(1-\rho)$ am Boden wird nach erneutem Durchlaufen der Erdatmosphäre ein weiteres Mal geschwächt. Bei vollständiger Absorption würde gar nichts mehr durchgelassen, dann ist

$$I_{\rho} = \hat{I}_0\rho, \quad I_{\alpha} = \hat{I}_0(1-\rho), \quad I_{\tau} = 0,$$

unabhängig davon, wie groß die Reflexion ist. In diesem Fall gilt $I_{\alpha} + I_{\rho} = \hat{I}_0$. Wenn die Absorption auf null abnimmt, also in einer CO₂-freien Atmosphäre, haben wir folgende Verhältnisse vorliegen:

$$I_{\rho} = \hat{I}_0\rho, \quad I_{\alpha} = 0, \quad I_{\tau} = \hat{I}_0(1-\rho),$$

d.h. alles, was eingestrahlt wird, wird auch wieder abgestrahlt und es gilt $I_{\tau} + I_{\rho} = \hat{I}_0$. In diesem Fall gibt es keinen Treibhauseffekt, denn die Summe

$$I_{\rho} + I_{\alpha} + I_{\tau} = \hat{I}_0\rho + \hat{I}_0(1-\rho) = \hat{I}_0$$

hängt nicht von der Extinktion ab. Damit würde die Erdtemperatur im Mittel stabil bleiben, sofern sich die Albedo nicht ändert; daher bliebe auch die Summe

$$I_{\alpha} + I_{\tau} = \hat{I}_0(1-\rho)$$

konstant. Allerdings setzt sich die Leistungsbilanz, in Bestrahlungsstärken ausgedrückt, anders zusammen, und zwar gilt für letztere

$$I_{2-\rho} - I_{\rho} - I_{\tau} = I_{1-\rho} + I_{\alpha}.$$

Hier stehen links nur die von der Sonne an die Erde abgegebenen Intensitäten und rechts nur die von der Erde aufgenommenen. Nachdem die Solarkonstante am Boden gegeben ist durch die Summe aus reflektierter und auftreffender Intensität, können wir die obige Relation auch schreiben als $I_{2-\rho} = \hat{I}_0 + I_{\alpha} + I_{\tau}$. Damit ist

Physikaufgabe 164

$$I_{2-\rho} = (1-\rho)\hat{I}_0 + I_\rho + I_\alpha + I_\tau,$$

und da die Summe aus reflektierter, absorbiertes und transmittierter Intensität konstant gleich dem Wert der Solarkonstanten am Boden ist, folgt mit $I_\alpha + I_\tau = \hat{I}_0 - I_\rho$ ein Wert von

$$I_{2-\rho} = \hat{I}_0(1-\rho) + I_\rho + \hat{I}_0 - I_\rho = \hat{I}_0(2-\rho).$$

Entsprechend gilt für die Leistung

$$\hat{P}_0(2-\rho) - P_\rho - P_\tau = \hat{P}_0(1-\rho) + P_\alpha.$$

Wie man leicht nachrechnet, besitzen diese Gleichungen Lösungen der Form

$$\begin{aligned} I_\rho &= \rho\hat{I}_0, \\ I_\alpha &= \alpha\hat{I}_0 = (1-\rho)\left(1 - e^{-(E+E_0)}\right)\hat{I}_0, \\ I_\tau &= \tau\hat{I}_0 = (1-\rho)e^{-(E+E_0)}\hat{I}_0, \end{aligned}$$

wobei E_0 eine Konstante ist. ρ , α und τ sind Reflexions-, Absorptions- und Transmissionskoeffizient. Ferner gelten die Relationen $I_\alpha + I_\tau = (1-\rho)\hat{I}_0$ bzw. $I_\rho + I_\alpha + I_\tau = \hat{I}_0$. Aus $\rho + \alpha + \tau = 1$ folgt damit die Identität

$$\hat{I}_0(2-\rho) - \rho\hat{I}_0 - \tau\hat{I}_0 = \hat{I}_0(1-\rho) + \alpha\hat{I}_0.$$

Damit kann man das Strahlungsgleichgewicht einmal in bezug auf die Erde und zum anderen in bezug auf die Sonne formulieren:

$$\begin{aligned} 2I_{1-\rho} - I_\tau &= I_{1-\rho} + I_\alpha = (1-\rho)\hat{I}_0 + (1-\rho)\left(1 - e^{-(E+E_0)}\right)\hat{I}_0, \\ I_{1-\rho} + I_{1-\rho} - I_\alpha &= I_{1-\rho} + I_\tau = (1-\rho)\hat{I}_0 + (1-\rho)e^{-(E+E_0)}\hat{I}_0. \end{aligned}$$

Die Konstante E_0 ist derjenige Wert, der sich ergibt, wenn man die beiden Funktionen voneinander subtrahiert und gleichsetzt, d.h.

$$I_\alpha - I_\tau = \hat{I}_0(1-\rho)\left(1 - 2e^{-(E+E_0)}\right) = 0.$$

Für $E = 0$ herrscht Strahlungsgleichgewicht und aus $1 - e^{-E_0} = e^{-E_0}$ folgt $E_0 = \ln 2$. Nun kann man noch den Betrag von E_0 einsetzen und schreiben:

$$\begin{aligned} (I_{1-\rho} + I_\alpha)(E) &= (1-\rho)\hat{I}_0 + (1-\rho)\left(1 - \frac{1}{2}e^{-E}\right)\hat{I}_0, \\ (I_{1-\rho} + I_\tau)(E) &= (1-\rho)\hat{I}_0 + \frac{1}{2}(1-\rho)e^{-E}\hat{I}_0. \end{aligned}$$

Physikaufgabe 164

In Tabelle 1 sind für spezielle Werte von E einige Intensitätswerte in Wm^{-2} angegeben.

E	$-E_0$	0	∞	$-E_0$	0	∞
$I_{1-\rho}$	$\frac{I_0(1-\rho)}{4}$	$\frac{I_0(1-\rho)}{4}$	$\frac{I_0(1-\rho)}{4}$	237,17	237,17	237,17
I_ρ	$\frac{\rho I_0}{4}$	$\frac{\rho I_0}{4}$	$\frac{\rho I_0}{4}$	104,58	104,58	104,58
I_α	0	$\frac{(1-\rho)I_0}{8}$	$\frac{(1-\rho)I_0}{4}$	0	118,59	237,17
I_τ	$\frac{(1-\rho)I_0}{4}$	$\frac{(1-\rho)I_0}{8}$	0	237,17	118,59	0
$I_{2-\rho}$	$\frac{I_0(2-\rho)}{4}$	$\frac{I_0(2-\rho)}{4}$	$\frac{I_0(2-\rho)}{4}$	578,92	578,92	578,92

Tabelle 1. Intensitätsbilanz in Abhängigkeit von der Extinktion in W/m^2

Die Abhängigkeit der Absorptions- und Transmissionskurve von der Extinktion ist in Abbildung 1 dargestellt. Wie man sieht, gehen diese Kurven ab einem Wert von $E = 5$ in Sättigung.

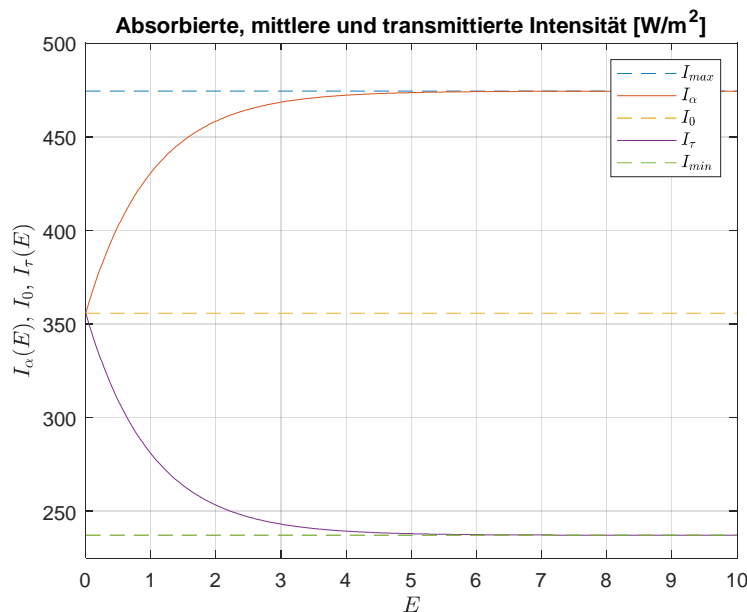


Abbildung 1. Transmissions- und Absorptionsverlauf des irdischen Treibhauseffekts als Funktion der Extinktion

Die Anfangswerte von Absorption und Transmission an der Stelle $E = 0$ sind identisch,

$$I_0 = (I_{1-\rho} + I_\alpha)(0) = \frac{3}{2}(1-\rho)\hat{I}_0,$$

$$I_0 = (I_{1-\rho} + I_\tau)(0) = \frac{3}{2}(1-\rho)\hat{I}_0,$$

und daher gilt

Physikaufgabe 164

$$I_{\alpha}(0) = I_{\tau}(0) = \frac{1}{2}(1-\rho)\hat{I}_0.$$

Wie in Abbildung 1 zu erkennen, haben wir die Intensitätskurven um $-E_0$ nach links verschoben. Diese Verschiebung müssen wir durchführen, weil negative Extinktionen nicht zulässig sind. Rein formal gilt zwar

$$\begin{aligned}(I_{1-\rho} + I_{\alpha})(-E_0) &= (1-\rho)\hat{I}_0, \\ (I_{1-\rho} + I_{\tau})(-E_0) &= 2(1-\rho)\hat{I}_0,\end{aligned}$$

aber das ist ohne praktische Bedeutung. Daher hätte sich auf der Erde ohne CO₂ auch niemals eine Temperatur von $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$ ergeben können, wie fälschlich oft behauptet wird. Die maximale und minimale Intensität sind gegeben durch

$$\begin{aligned}I_{\max} &= \lim_{E \rightarrow \infty} (I_{1-\rho} + I_{\alpha})(E) = \hat{I}_0(1-\rho) + \hat{I}_0(1-\rho) \lim_{E \rightarrow \infty} (1 - e^{-(E+E_0)}) = 2\hat{I}_0(1-\rho), \\ I_{\min} &= \lim_{E \rightarrow \infty} (I_{1-\rho} + I_{\tau})(E) = \hat{I}_0(1-\rho) + \hat{I}_0(1-\rho) \lim_{E \rightarrow \infty} e^{-(E+E_0)} = \hat{I}_0(1-\rho),\end{aligned}$$

wobei sich I_{\min} hier wieder auf die Sonne bezieht, der Leistung abgezogen wird, während die Erde Leistung gewinnt. Mittelwert und Bandbreite ergeben sich zu

$$\begin{aligned}I_0 &= \frac{I_{1-\rho} + I_{\alpha} + I_{1-\rho} + I_{\tau}}{2} = I_{1-\rho} + \frac{I_{\alpha} + I_{\tau}}{2} = \frac{3\hat{I}_0(1-\rho)}{2}, \\ \Delta I &= I_{1-\rho} + I_{\alpha} - (I_{1-\rho} + I_{\tau}) = I_{\alpha} - I_{\tau} = \hat{I}_0(1-\rho)(1 - e^{-(E+E_0)}).\end{aligned}$$

Die Bandbreite ist am größten für $E \rightarrow \infty$, und zwar gilt

$$\Delta I_{\max} = \hat{I}_0(1-\rho) = I_{\max} - I_{\min} = \frac{I_0(1-\rho)}{4}.$$

Unserer Albedo ρ entspricht somit ein Intensitätsmittelwert von

$$\begin{aligned}I_0 &= \lim_{E \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \frac{I_{1-\rho} + I_{\alpha} + I_{1-\rho} + I_{\tau}}{4} = \frac{1}{2} \frac{I_0(1-\rho)}{4} \lim_{E \rightarrow \infty} \left\{ 2 - \frac{1}{2}e^{-E} + 1 + \frac{1}{2}e^{-E} \right\} \\ &= \frac{3I_0(1-\rho)}{8} = 355,76 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.\end{aligned}$$

In Tabelle 2 sind die Eckdaten der Intensitäten sowie der statistische Mittelwert und die Bandbreite der verschobenen Kurven in Abhängigkeit von der Extinktion in Wm^{-2} angegeben.

Physikaufgabe 164

E	0	∞	0	∞
$I_{1-\rho} + I_\alpha$	$\frac{3(1-\rho)I_0}{8}$	$\frac{(1-\rho)I_0}{2}$	355,76	474,35
I_0	$\frac{3(1-\rho)I_0}{8}$	$\frac{3(1-\rho)I_0}{8}$	355,76	355,76
$I_{1-\rho} + I_\tau$	$\frac{3(1-\rho)I_0}{8}$	$\frac{(1-\rho)I_0}{4}$	355,76	237,17
$I_\alpha - I_\tau$	0	$\frac{(1-\rho)I_0}{4}$	0	237,17

Tabelle 2. Eckwerte des Intensitätsverlaufs in Abhängigkeit von der Extinktion in W/m^2

Bei einem Eisplaneten, der alles reflektiert ($\rho = 1$), sind alle diese Werte gleich null. Im Weltall entspräche das einem Zustand, in dem es noch keine festen Körper gab, einer kosmischen Singularität. Umgekehrt würde ein idealer schwarzer Körper ($\rho = 0$) maximal die Hälfte der Leistung unserer Sonne absorbieren, nämlich $683,5 \text{ Wm}^{-2}$. Ein völlig abgeschmolzener, nahezu vollständig von Wasser bedeckter Planet wäre ein solcher Kandidat, wenn wir unterstellen, daß das Wasser bei einer Temperatur von $58 \text{ }^\circ\text{C}$ nicht vollständig versalzen und den ganzen Planeten bedecken würde. In der Realität würde sich in so einem Fall wohl überall auf der Oberfläche eine weiße Salzküste bilden mit einer ähnlich hohen Albedo wie der von Eis, und die Temperatur würde wieder sinken.

Um unsere Intensitäten in Temperaturen auszudrücken, benötigen wir wieder das Stefan-Boltzmann-Gesetz, womit sich folgende Temperaturbilanz ergibt:

$$\begin{aligned} P_{2-\rho} &= \hat{I}_0(2-\rho)\pi R^2 = \left(\hat{I}_0(1-\rho) + \rho\hat{I}_0 + \alpha\hat{I}_0 + \tau\hat{I}_0\right)\pi R^2 \\ &= \pi r^2\sigma\left(T_{1-\rho}^4 + T_\rho^4 + T_\alpha^4 + T_\tau^4\right) = \pi R^2\sigma T_{2-\rho}^4. \end{aligned}$$

Dividieren wir durch den Flächenquerschnitt der Erde πR^2 , ergeben sich aus den auf die Erdoberfläche einfallenden und ins All abgegebenen Intensitäten die analogen Temperaturen

$$\begin{aligned} \frac{P_{2-\rho}}{\pi R^2} &= \hat{I}_0(2-\rho) = \hat{I}_0(1-\rho) + \rho\hat{I}_0 + \alpha\hat{I}_0 + \tau\hat{I}_0 \\ &= \sigma\left(T_{1-\rho}^4 + T_\rho^4 + T_\alpha^4 + T_\tau^4\right) = \sigma T_{2-\rho}^4. \end{aligned}$$

Nach Division durch die Stefan-Boltzmann-Konstante definieren sich diese wie folgt:

$$\begin{aligned} T_{2-\rho} &= \sqrt[4]{\frac{I_0(2-\rho)}{4\sigma}}, \quad T_{1-\rho} = \sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}}, \quad T_\rho = \sqrt[4]{\frac{\rho I_0}{4\sigma}}, \\ T_\alpha &= \sqrt[4]{\frac{\alpha I_0}{4\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}} \sqrt[4]{1 - \frac{1}{2}e^{-E}}, \quad T_\tau = \sqrt[4]{\frac{\tau I_0}{4\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}} \sqrt[4]{\frac{1}{2}e^{-E}}. \end{aligned}$$

Physikaufgabe 164

Tabelle 3 zeigt nun die zu Tabelle 1 analoge Temperaturbilanz in Kelvin.

E	$-E_0$	0	∞	$-E_0$	0	∞
$T_{1-\rho}$	$\sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}}$	$\sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}}$	$\sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}}$	254,31	254,31	254,31
T_ρ	$\sqrt[4]{\frac{\rho I_0}{4\sigma}}$	$\sqrt[4]{\frac{\rho I_0}{4\sigma}}$	$\sqrt[4]{\frac{\rho I_0}{4\sigma}}$	207,23	207,23	207,23
T_α	0	$\sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{8\sigma}}$	$\sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}}$	0	213,85	254,31
T_τ	$\sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}}$	$\sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{8\sigma}}$	0	254,31	213,85	0
$T_{2-\rho}$	$\sqrt[4]{\frac{I_0(2-\rho)}{4\sigma}}$	$\sqrt[4]{\frac{I_0(2-\rho)}{4\sigma}}$	$\sqrt[4]{\frac{I_0(2-\rho)}{4\sigma}}$	317,88	317,88	317,88

Tabelle 3. Temperaturbilanz in Abhängigkeit von der Extinktion in Kelvin

Die Abhängigkeit der Temperaturverläufe von Absorption und Transmission von der Extinktion ist in Abbildung 2 dargestellt.

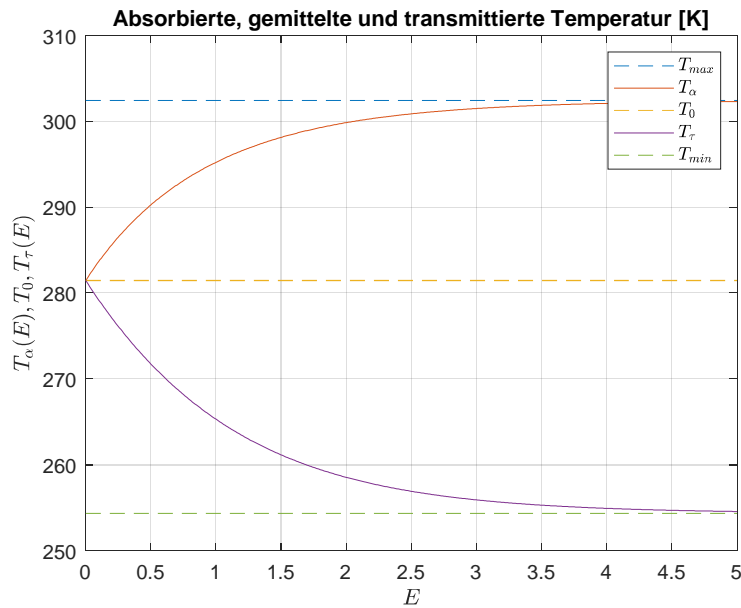


Abbildung 2. Temperaturverläufe des irdischen Treibhauseffekts in Abhängigkeit von der Extinktion

Maßgeblich für uns auf der Erde sind aufgrund des Strahlungsgleichgewichts, i.e.

$$T_{1-\rho}^4 + T_\tau^4 = T_{2-\rho}^4 - T_\rho^4 - T_\alpha^4 = 2T_{1-\rho}^4 - T_\alpha^4,$$

nachfolgend in Temperaturen ausgedrückt, die Verläufe

Physikaufgabe 164

$$\sqrt[4]{T_{1-\rho}^4 + T_\alpha^4} = \sqrt[4]{\frac{I_{1-\rho} + I_\alpha}{4\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}} \sqrt[4]{2 - \frac{1}{2}e^{-E}},$$

$$\sqrt[4]{T_{1-\rho}^4 + T_\tau^4} = \sqrt[4]{\frac{I_{1-\rho} + I_\tau}{4\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{(1-\rho)I_0}{4\sigma}} \sqrt[4]{1 + \frac{1}{2}e^{-E}}.$$

Deren Bandbreite beträgt

$$\Delta T = \sqrt[4]{T_{1-\rho}^4 + T_\alpha^4} - \sqrt[4]{T_{1-\rho}^4 + T_\tau^4} = T_{1-\rho} \left\{ \sqrt[4]{2 - \frac{1}{2}e^{-E}} - \sqrt[4]{1 + \frac{1}{2}e^{-E}} \right\}.$$

Bei einer Solarkonstanten von $I_0 = 1367 \text{ Wm}^{-2}$ und einer Albedo von $\rho = 0,306$ werden nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz folgende Sättigungswerte erreicht:

$$T_{\max} = \lim_{E \rightarrow \infty} \sqrt[4]{\frac{(I_{1-\rho} + I_\alpha)(E)}{4\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}} \lim_{E \rightarrow \infty} \sqrt[4]{2 - \frac{1}{2}e^{-E}} = \sqrt[4]{\frac{2I_0(1-\rho)}{4\sigma}} = 302,43 \text{ K},$$

$$T_{\min} = \lim_{E \rightarrow \infty} \sqrt[4]{\frac{(I_{1-\rho} + I_\tau)(E)}{4\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}} \lim_{E \rightarrow \infty} \sqrt[4]{1 + \frac{1}{2}e^{-E}} = \sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}} = 254,3 \text{ K},$$

was einem Temperaturmaximum von $29,28^\circ\text{C}$ und einem Temperaturminimum von -18°C entspricht. Für $\rho = 0$, d.h. für einen idealen schwarzen Körper, ist $T_{\max} = 331,35 \text{ K}$. Das entspricht einem Wert von $58,2^\circ\text{C}$. Höher kann die Erdtemperatur nicht werden, selbst in einer hundertprozentigen CO_2 -Atmosphäre nicht. Für einen alles reflektierenden (weißen) Körper hingegen mit $\rho = 1$ liegen beide Größen in der Nähe des absoluten Temperaturnullpunkts.³ Dies entspricht dem Wärmetod des Alls, einem sogenannten Schwarzen Loch.⁴

Die maximale und minimale Temperaturbandbreite erhalten wir vermöge der Formeln

$$\begin{aligned} \Delta T_{\min} &= \lim_{E \rightarrow 0} \left\{ \sqrt[4]{(T_{1-\rho}^4 + T_\alpha^4)(E)} - \sqrt[4]{(T_{1-\rho}^4 + T_\tau^4)(E)} \right\} \\ &= T_{1-\rho} \lim_{E \rightarrow 0} \left[\sqrt[4]{2} \sqrt[4]{1 - \frac{1}{4}e^{-E}} - \sqrt[4]{1 + \frac{1}{2}e^{-E}} \right] = 0, \\ \Delta T_{\max} &= \lim_{E \rightarrow \infty} \left\{ \sqrt[4]{(T_{1-\rho}^4 + T_\alpha^4)(E)} - \sqrt[4]{(T_{1-\rho}^4 + T_\tau^4)(E)} \right\} \\ &= T_{1-\rho} \lim_{E \rightarrow \infty} \left[\sqrt[4]{2} \sqrt[4]{1 - \frac{1}{4}e^{-E}} - \sqrt[4]{1 + \frac{1}{2}e^{-E}} \right] = T_{1-\rho} (\sqrt[4]{2} - 1). \end{aligned}$$

Mit unserer Albedo ρ ergibt sich nach dem oben Gesagten ein Temperaturmittelwert von

³ Der absolute Temperaturnullpunkt ist wegen der sogenannten Nullpunktsenergie quantenmechanisch nicht erreichbar.

⁴ Dies ist auch der Grund, warum aus einem Schwarzen Loch nichts nach „außen“ dringen kann.

Physikaufgabe 164

$$\begin{aligned}
 T_0 &= \lim_{E \rightarrow \infty} \sqrt[4]{\frac{1}{2} \frac{I_{1-\rho} + I_\alpha + I_{1-\rho} + I_\tau}{4\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1}{2} \frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}} \sqrt[4]{2 - \frac{1}{2}e^{-E} + 1 + \frac{1}{2}e^{-E}} \\
 &= \sqrt[4]{\frac{3}{2} \frac{I_0(1-\rho)}{4\sigma}} = 281,45 \text{ K} = 8,3 \text{ }^\circ\text{C}.
 \end{aligned}$$

Bei einer Albedo von null, d.h. bei einem idealen schwarzen Körper, der nahezu alles absorbiert – etwa einem Wasserplaneten –, ergibt sich die höchste jemals erreichbare mittlere Temperatur einer CO₂-freien Atmosphäre von

$$T_0 = \sqrt[4]{\frac{3}{2} \frac{I_0}{4\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{3}{2} \frac{1367}{4 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}}} = 308,36 \text{ K} \approx 35,2 \text{ }^\circ\text{C},$$

die der des Perm-Trias-Ereignisses entspricht. Schmelzendes Eis – natürlich auch Schelfeis – wirkt sich daher fatal auf den Klimawandel aus. In Tabelle 4 sind diese Ergebnisse noch einmal in Kelvinangaben zusammengefaßt.

E	0	∞	0	∞
$\sqrt[4]{T_{1-\rho}^4 + T_\alpha^4}$	$\sqrt[4]{\frac{3I_0(1-\rho)}{8\sigma}}$	$\sqrt[4]{\frac{I_0(1-\rho)}{2\sigma}}$	281,45	302,43
T_0	$\sqrt[4]{\frac{3I_0(1-\rho)}{8\sigma}}$	$\sqrt[4]{\frac{3I_0(1-\rho)}{8\sigma}}$	281,45	281,45
$\sqrt[4]{T_{1-\rho}^4 + T_\tau^4}$	$\sqrt[4]{\frac{3I_0(1-\rho)}{8\sigma}}$	$\sqrt[4]{\frac{(1-\rho)I_0}{4\sigma}}$	281,45	254,31
ΔT	0	$(\sqrt[4]{2} - 1) \sqrt[4]{\frac{(1-\rho)I_0}{4\sigma}}$	0	48,12

Tabelle 4. Eckwerte, Mittelwert und Bandbreite des Temperaturverlaufs in Kelvin

Aus dem Absorptionstemperaturverlauf kann bei bekanntem Temperaturmittelwert die Extinktion E berechnet werden:

$$E = -\ln \left[2 - \frac{4\sigma \sqrt[4]{T_{1-\rho}^4 + T_\alpha^4}}{I_0(1-\rho)} \right] - \ln 2.$$

Bei einer derzeit mittleren Temperatur von

$$T_2 = \sqrt[4]{T_{1-\rho}^4 + T_\alpha^4(E_2)} = 288,28 \text{ K} = 15,13 \text{ }^\circ\text{C}$$

ist

$$E_2 = -\ln \left(2 - \frac{4\sigma T_2^4}{I_0(1-\rho)} \right) - \ln 2 = 0,36 = \frac{3}{2} E_1.$$

Physikaufgabe 164

Dann muß die Extinktion des vorindustriellen Werts bei

$$E_1 = -\ln\left(2 - \frac{4\sigma T_1^4}{I_0(1-\rho)}\right) - \ln 2 = 0,24$$

gelegen haben. Dem entspricht eine Temperatur von

$$T_1 = \sqrt[4]{T_{1-\rho}^4 + T_\alpha^4(E_1)} = 286,32 \text{ K} = 13,17 \text{ °C}.$$

Eine Verdopplung dieses Werts führt wiederum mit

$$E_3 = -\ln\left(2 - \frac{4\sigma T_3^4}{I_0(1-\rho)}\right) - \ln 2 = 2E_1 = 0,48$$

zu einem Mittelwert von

$$T_3 = \sqrt[4]{T_{1-\rho}^4 + T_\alpha^4(E_3)} = 289,99 \text{ K} = 16,84 \text{ °C}.$$

Dieser läge nochmals um 1,7 °C über dem heutigen und etwa 3,7 K über dem vorindustriellen Wert. Alle Ergebnisse sind übersichtlich in Tab. 5 zusammengestellt. Dabei haben wir die Formeln

$$T_\alpha(E_i) = \sqrt[4]{T_i^4 - T_{1-\rho}^4} \quad \text{und} \quad T_\tau(E_i) = \sqrt[4]{2T_{1-\rho}^4 - T_i^4}$$

angewandt.

E	0	E_1	E_2	E_3	∞
$T_{1-\rho}$	254,31	254,31	254,31	254,31	254,31
T_ρ	207,23	207,23	207,23	207,23	207,23
T_α	213,85	224,44	228,45	231,83	254,31
T_τ	213,85	201,40	195,46	189,68	0
$T_{2-\rho}$	317,88	317,88	317,88	317,88	317,88

Tabelle 5. Temperaturbilanz bei verschiedenen Extinktionen in Kelvin

Wenn wir mit diesen Eckwerten in das folgende T - p -Diagramm gehen (Abb. 3), ergeben sich mit der heutigen und der vorindustriellen CO_2 -Konzentration aus einer einfachen Dreisatzrechnung die dargestellten Temperaturdifferenzen. Subtrahieren wir diese voneinander, hat sich die Erde gegenüber der vorindustriellen Zeit um 1,96 K erwärmt. Geht man hingegen von einem vorindustriellen Wert von 14 °C aus, so liegt die derzeitige Erderwärmung bei nur 1,1 °C. Eine Verdopplung der CO_2 -Konzentration entspräche demnach einem Temperaturanstieg von 3,7 K, bezogen auf 14 °C sind es aber nur 2,84 K.

Physikaufgabe 164

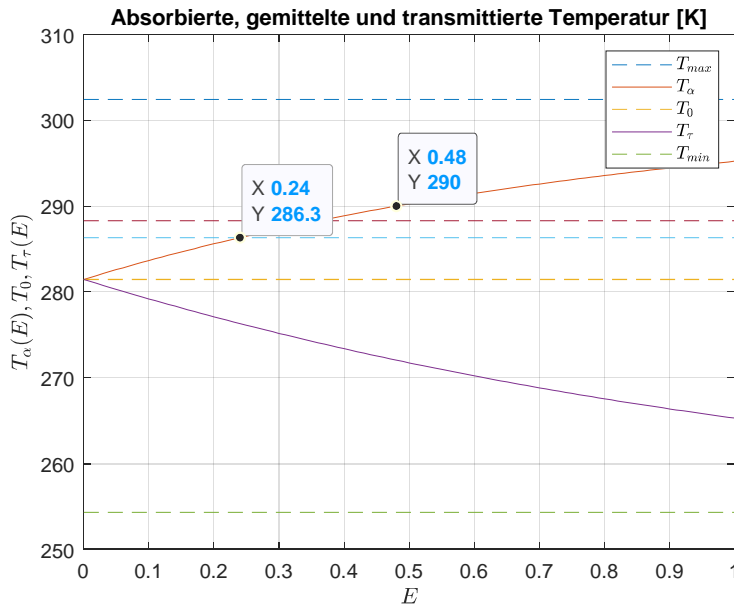


Abbildung 3. Bestimmung des Temperaturanstiegs

Nach den Ergebnissen der National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) beträgt die mittlere globale Durchschnittstemperatur im Referenzzeitraum (1951- 1980) 14 °C. Dabei entsprechen 280 ppm dem jemals erreichten Maximum der CO₂-Konzentration der vorindustriellen Zeit. Dieser Wert lag aber auch niemals niedriger als 180 ppm, was einer natürlichen Schwankung von 230 ± 50 ppm entspricht.

Erdzeitalter	ppm	E	T [°C]	T [K]
Quartär	260	0,223	11	284,15
Neogen	280	0,24	14	287,15
Paläogen	500	0,429	18	291,15
Karbon	800	0,686	14	287,15
Perm	900	0,771	16	289,15
Kreide	1700	1,457	23	296,15
Devon	2200	1,886	20	293,15
Trias	1750	1,5	17	290,15
Jura	1950	1,671	16,5	289,65
Silur	4500	3,857	17	290,15
Ordovizium	4200	3,6	16	289,15
Kambrium	4500	3,857	21	294,15

Tabelle 6. Kohlenstoffdioxidgehalt der Atmosphäre im Paläozoikum (nach Christopher R. Scotese, 2018)

In Tabelle 6 sind die mittleren Temperaturen der verschiedenen Erdzeitalter zusammengetragen und daraus anhand unseres obigen Modells die Extinktionen berechnet worden. Zur Zeit der kambrischen Explosion vor etwa 541 Millionen Jahren lag der atmosphärische CO₂-Gehalt bei über 6000 ppm. Die mittlere Erdtemperatur lag seither niemals unter 11 °C (Quartär), aber

Physikaufgabe 164

auch niemals über 35 °C (Perm-Trias-Ereignis).⁵ Dennoch liegt die durchschnittliche Temperatur über sämtliche Erdzeitalter gemittelt bei nur 16 °C. In den letzten 23 Millionen Jahren lag sie auch niemals über 18 °C. Mitteln wir ausschließlich über die hohen CO₂-Konzentrationen, so erhöht sich dieser Temperaturdurchschnitt auf 20 °C. Das liegt sicher daran, daß die Albedo meistens deutlich höher war als heute.

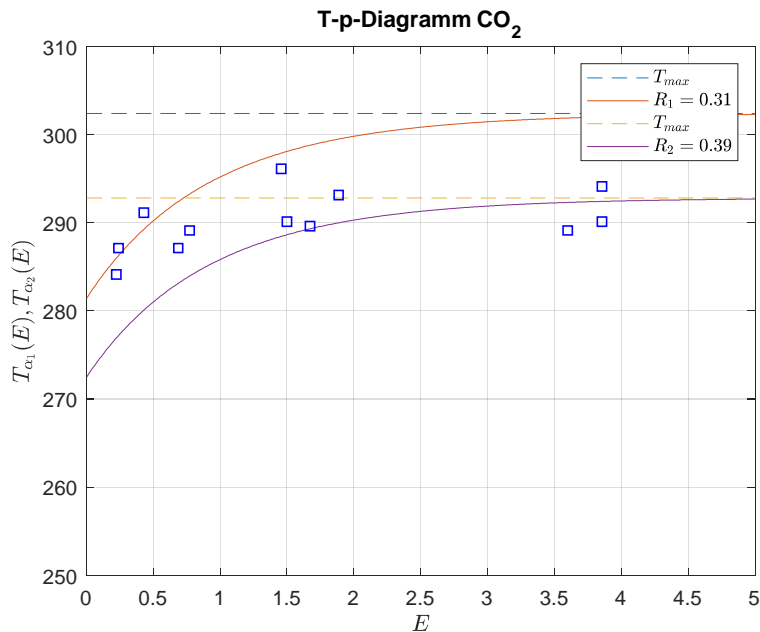


Abbildung 4. Historische Zunahme der mittleren Erdtemperatur mit der Kohlenstoffdioxidkonzentration

Abbildung 4 zeigt nun die Approximation der Meßergebnisse an zwei theoretische Kurvenverläufe. Die obere Kurve entspricht unserer gegenwärtigen Albedo, die untere einer Albedo von 0,39. Damit lassen sich die hohen CO₂-Konzentrationen wesentlich besser approximieren. Wir schließen daraus, daß die Albedo im Verlauf der Erdgeschichte nicht immer gleich geblieben ist, sondern früher deutlich größer gewesen sein muß. Da sich die Oberflächenbeschaffenheit der Erde kaum geändert hat, kann dazu nur eine großflächigere Wolkenverteilung beigetragen haben. Wolken besitzen eine Albedo zwischen 0,60 bis 0,90. Wenn wir unterstellen, daß für extrem hohe CO₂-Konzentrationen aufgrund einer sich stark ändernden Albedo andere Verhältnisse gelten, dann bedeutet das, daß wir den langjährigen Temperaturmittelwert noch lange nicht erreicht haben. Der Mensch (Europas) ist allerdings ein Produkt des Quartär und an Temperaturen von 11 °C angepaßt, so daß ihm eine Temperaturzunahme um 5 Grad nicht unbedingt guttut. Ein kälterer Planet bedeutet klirrenden Frost im Winter, einen absinkenden Meeresspiegel, eine faszinierende Eiswelt im Gebirge und an den Polen und generell mehr Sonnenschein und weniger heftige Niederschläge. Auf einem sich weniger stark aufheizenden Planeten gibt es zudem weniger Waldbrände und weniger tropische Schwüle, sein Klima ist also rundum gesünder und dem kreativen Denken förderlicher.

⁵ Dieses ist nur durch eine niedrige Albedo zu erklären, bedingt durch einen Kometen- oder Asteroideneinschlag.

Physikaufgabe 164

Anhang

```
% program greenhouse
clear all
sigma = 5.67E-08;
R = 0.306;
R2 = 0.39;
I0 = 1367; % [W/m²] Mittelwert

% Intensitätsbilanz in Abhängigkeit von der Extinktion
disp('Tabelle 1')
I_1_rho = I0*(1-R)/4;
I_rho = I0*R/4;
X = ['I_(1-rho) = ',num2str(I_1_rho),' W/m²;   I_rho = ',num2str(I_rho),'
W/m²'];
disp(X)
E = -log(2);
I_alpha = (1-R)*(1-exp(-E)/2)*I0/4;
I_tau = (1-R)*exp(-E)/2*I0/4;
X = ['I_alpha(-ln2) = ',num2str(I_alpha),' W/m²;   I_tau(-ln2) =
',num2str(I_tau),' W/m²'];
disp(X)
E = 0;
I_alpha = (1-R)*(1-exp(-E)/2)*I0/4;
I_tau = (1-R)*exp(-E)/2*I0/4;
X = ['I_alpha(0) = ',num2str(I_alpha),' W/m²;   I_tau(0) =
',num2str(I_tau),' W/m²'];
disp(X)
% E = oo
I_alpha = (1-R)*I0/4;
I_tau = 0;
X = ['I_alpha(oo) = ',num2str(I_alpha),' W/m²;   I_tau(oo) =
',num2str(I_tau),' W/m²'];
disp(X)
I_2_rho = I0*(2-R)/4;
X = ['I_(2-rho) = ',num2str(I_2_rho),' W/m²'];
disp(X)
disp(' ')

% Eckwerte des Intensitätsverlaufs in Abhängigkeit von der Extinktion
disp('Tabelle 2')
I_1_rho_alpha_0 = 3*I0*(1-R)/8;
I_1_rho_alpha_inf = I0*(1-R)/2;
I_0 = 3*I0*(1-R)/8;
I_inf = 3*I0*(1-R)/8;
I_1_rho_tau_0 = 3*I0*(1-R)/8;
I_1_rho_tau_inf = I0*(1-R)/4;
Delta_I_0 = 0;
Delta_I_inf = I0*(1-R)/4;
X = ['I_(1-rho) + I_alpha(0) = ',num2str(I_1_rho_alpha_0),' W/m²;   I_(1-
rho) + I_alpha(oo) = ',num2str(I_1_rho_alpha_inf),' W/m²'];
disp(X)
X = ['I_0 = ',num2str(I_0),' W/m²;   I_inf = ',num2str(I_inf),' W/m²'];
disp(X)
X = ['I_(1-rho) + I_tau(0) = ',num2str(I_1_rho_tau_0),' W/m²;   I_(1-rho) +
I_tau(oo) = ',num2str(I_1_rho_tau_inf),' W/m²'];
disp(X)
X = ['I_alpha(0) - I_tau(0) = ',num2str(Delta_I_0),' W/m²;   I_alpha(oo) -
I_tau(oo) = ',num2str(Delta_I_inf),' W/m²'];
disp(X)
disp(' ')

```

Physikaufgabe 164

```
% Temperaturbilanz in Abhängigkeit von der Extinktion
disp('Tabelle 3')
T_1_rho = (I0*(1-R)/4/sigma)^0.25;
X = ['T_(1-rho) = ',num2str(T_1_rho),' K   T_(1-rho) = ',num2str(T_1_rho-
273.15),' °C'];
disp(X)
T_rho = (I0*R/4/sigma)^0.25;
X = ['T_rho = ',num2str(T_rho),' K   T_rho = ',num2str(T_rho-273.15),'
°C'];
disp(X)
E = -log(2);
T_alpha = ((1-R)*(1-exp(-E)/2)*I0/4/sigma)^0.25;
T_tau = ((1-R)*exp(-E)/2*I0/4/sigma)^0.25;
X = ['T_alpha(-ln2) = ',num2str(T_alpha),' K;   T_tau(-ln2) =
',num2str(T_tau),' K'];
disp(X)
E = 0;
T_alpha = ((1-R)*(1-exp(-E)/2)*I0/4/sigma)^0.25;
T_tau = ((1-R)*exp(-E)/2*I0/4/sigma)^0.25;
X = ['T_alpha(0) = ',num2str(T_alpha),' K;   T_tau(0) = ',num2str(T_tau),'
K'];
disp(X)
% E = oo
T_alpha = ((1-R)*I0/4/sigma)^0.25;
T_tau = 0;
X = ['T_alpha(oo) = ',num2str(T_alpha),' K;   T_tau(oo) =
',num2str(T_tau),' K'];
disp(X)
T_2_rho = (I0*(2-R)/4/sigma)^0.25;
X = ['T_(2-rho) = ',num2str(T_2_rho),' K   T_(2-rho) = ',num2str(T_2_rho-
273.15),' °C'];
disp(X)
disp(' ')

% Eckwerte des Temperaturverlaufs in Abhängigkeit von der Extinktion
disp('Tabelle 4')
T_1_rho_alpha_0 = (3*I0*(1-R)/8/sigma)^0.25;
T_1_rho_alpha_inf = (I0*(1-R)/2/sigma)^0.25;
T_0 = (3*I0*(1-R)/8/sigma)^0.25;
T_inf = (3*I0*(1-R)/8/sigma)^0.25;
T_1_rho_tau_0 = (3*I0*(1-R)/8/sigma)^0.25;
T_1_rho_tau_inf = (I0*(1-R)/4/sigma)^0.25;
Delta_T_0 = 0;
Delta_T_inf = (2^0.25-1)*(I0*(1-R)/4/sigma)^0.25;
X = ['T_(1-rho) + T_alpha(0) = ',num2str(T_1_rho_alpha_0),' W/m²;   T_(1-
rho) + T_alpha(oo) = ',num2str(T_1_rho_alpha_inf),' W/m²'];
disp(X)
X = ['T_0 = ',num2str(I_0),' W/m²;   T_inf = ',num2str(T_inf),' W/m²'];
disp(X)
X = ['T_(1-rho) + T_tau(0) = ',num2str(T_1_rho_tau_0),' W/m²;   T_(1-rho) +
T_tau(oo) = ',num2str(T_1_rho_tau_inf),' W/m²'];
disp(X)
X = ['T_alpha(0) - T_tau(0) = ',num2str(Delta_I_0),' W/m²;   T_alpha(oo) -
T_tau(oo) = ',num2str(Delta_T_inf),' W/m²'];
disp(X)
disp(' ')

disp('Tabelle 5')
c1 = 0.000280;
c2 = 0.000420;
```

Physikaufgabe 164

```
c3 = 0.000560;
c4 = 0.000840;

T2 = 288.28;
E2 = -log(2-4*sigma*T2^4/I0/(1-R))-log(2);
T_alpha2 = T_1_rho*( 1-exp(-E2)/2 )^0.25;
T_tau2 = T_1_rho*( exp(-E2)/2 )^0.25;
T2 = ( T_1_rho^4 + T_alpha2^4 )^0.25;

E1 = 2/3*E2;
T_alpha1 = T_1_rho*( 1-exp(-E1)/2 )^0.25;
T_tau1 = T_1_rho*( exp(-E1)/2 )^0.25;
T1 = ( T_1_rho^4 + T_alpha1^4 )^0.25;

E3 = c3/c1*E1;
T_alpha3 = T_1_rho*( 1-exp(-E3)/2 )^0.25;
T_tau3 = T_1_rho*( exp(-E3)/2 )^0.25;
T3 = ( T_1_rho^4 + T_alpha3^4 )^0.25;

E4 = c4/c1*E1;
T_alpha4 = T_1_rho*( 1-exp(-E4)/2 )^0.25;
T_tau4 = T_1_rho*( exp(-E4)/2 )^0.25;
T4 = ( T_1_rho^4 + T_alpha4^4 )^0.25;

X = ['c1 = ',num2str(c1),'    E1 = ',num2str(E1)];
disp(X)
X = ['c2 = ',num2str(c2),'    E2 = ',num2str(E2)];
disp(X)
X = ['c3 = ',num2str(c3),'    E3 = ',num2str(E3)];
disp(X)
X = ['c4 = ',num2str(c4),'    E4 = ',num2str(E4)];
disp(X)
disp(' ')
X = ['T_alpha1 = ',num2str(T_alpha1),'    T_tau1 = ',num2str(T_tau1)];
disp(X)
X = ['T_alpha2 = ',num2str(T_alpha2),'    T_tau2 = ',num2str(T_tau2)];
disp(X)
X = ['T_alpha3 = ',num2str(T_alpha3),'    T_tau3 = ',num2str(T_tau3)];
disp(X)
X = ['T_alpha4 = ',num2str(T_alpha4),'    T_tau4 = ',num2str(T_tau4)];
disp(X)
disp(' ')
X = ['T1 = ',num2str(T1),' K    T1 = ',num2str(T1-273.15),' °C'];
disp(X)
X = ['T2 = ',num2str(T2),' K    T2 = ',num2str(T2-273.15),' °C'];
disp(X)
X = ['T3 = ',num2str(T3),' K    T3 = ',num2str(T3-273.15),' °C'];
disp(X)
X = ['T4 = ',num2str(T4),' K    T4 = ',num2str(T4-273.15),' °C'];
disp(X)

T_2_rho1 = ( T_1_rho^4 + T_rho^4 + T_alpha1^4 + T_tau1^4 )^0.25;
T_2_rho2 = ( T_1_rho^4 + T_rho^4 + T_alpha2^4 + T_tau2^4 )^0.25;
T_2_rho3 = ( T_1_rho^4 + T_rho^4 + T_alpha3^4 + T_tau3^4 )^0.25;
T_2_rho4 = ( T_1_rho^4 + T_rho^4 + T_alpha4^4 + T_tau4^4 )^0.25;

n = 1000;
Emax = 10;
for i = 1:n+1
    E(i) = (i-1)*Emax/n;
```

Physikaufgabe 164

```
I_A(i) = I0/4*(1-R)+I0/4*(1-R)*(1-exp(-E(i)-log(2)));
I_A2(i) = I0/4*(1-R2)+I0/4*(1-R2)*(1-exp(-E(i)-log(2)));
I_T(i) = I0/4*(1-R)+I0/4*(1-R)*exp(-E(i)-log(2));
I_max(i) = 2*I0/4*(1-R);
I_min(i) = I0/4*(1-R);
I_M(i) = (I_A(i) + I_T(i))/2;

end

figure(1)
plot(E,I_max,'--')
hold on
plot(E,I_A)
hold on
plot(E,I_M,'--')
hold on
plot(E,I_T)
hold on
plot(E,I_min,'--')
title('Absorbierte, mittlere und transmittierte Intensität [W/m^2]')
xlabel('$E$', 'interpreter', 'latex')
ylabel('$I_{\alpha}(E)$, $I_0$, $I_{\tau}(E)$', 'interpreter', 'latex')
grid on
legend('$I_{\max}$', '$I_{\alpha}$', '$I_0$', '$I_{\tau}$', '$I_{\min}$', 'interpreter', 'latex');
axis([0 10 225 500])

n = 1000;
Emax = 10;
for i = 1:n+1
    E(i) = (i-1)*Emax/n;
    T_alpha(i) = (I_A(i)/sigma)^0.25;
    T_tau(i) = (I_T(i)/sigma)^0.25;
    T_0(i) = ( (T_alpha(i)^4 + T_tau(i)^4)/2 )^0.25;
    T_max(i) =(I_A(n+1)/sigma)^0.25;
    T_min(i) = (I_T(n+1)/sigma)^0.25;
end

figure(2)
plot(E,T_max,'--')
hold on
plot(E,T_alpha)
hold on
plot(E,T_0,'--')
hold on
plot(E,T_tau)
hold on
plot(E,T_min,'--')
title('Absorbierte, gemittelte und transmittierte Temperatur [K]')
xlabel('$E$', 'interpreter', 'latex')
ylabel('$T_{\alpha}(E), T_0, T_{\tau}(E)$', 'interpreter', 'latex')
grid on
legend('$T_{\max}$', '$T_{\alpha}$', '$T_0$', '$T_{\tau}$', '$T_{\min}$', 'interpreter', 'latex');
axis([0 5 250 310])

n = 1000;
Emax = 10;
for i = 1:n+1
    E(i) = (i-1)*Emax/n;
    T_alpha(i) = (I_A(i)/sigma)^0.25;
    T_tau(i) = (I_T(i)/sigma)^0.25;
```


Physikaufgabe 164

```
T_0(i) = ( (T_alpha(i)^4 + T_tau(i)^4)/2 )^0.25;
T_max(i) = (I_A(n+1)/sigma)^0.25;
T_min(i) = (I_T(n+1)/sigma)^0.25;
T_288(i) = 288.28;
T_286(i) = 286.32;
end

figure(3)
plot(E,T_max, '--')
hold on
plot(E,T_alpha)
hold on
plot(E,T_0, '--')
hold on
plot(E,T_tau)
hold on
plot(E,T_min, '--')
hold on
plot(E,T_286, '--')
hold on
plot(E,T_288, '--')
title('Absorbierte, gemittelte und transmittierte Temperatur [K]')
xlabel('$E$', 'interpreter', 'latex')
ylabel('$T_{\alpha}(E), T_0, T_{\tau}(E)$', 'interpreter', 'latex')
axis([0 1 250 310])
grid on
legend('$T_{max}$', '$T_{\alpha}$', '$T_0$', '$T_{\tau}$', '$T_{min}$', 'interpreter', 'latex');

n = 1000;
P0 = [0.223 284.15];
P1 = [0.24 287.15];
P2 = [0.429 291.15];
P3 = [0.686 287.15];
P4 = [0.771 289.15];
P5 = [1.457 296.15];
P6 = [1.886 293.15];
P7 = [1.5 290.15];
P8 = [1.671 289.65];
P9 = [3.857 290.15];
P10 = [3.6 289.15];
P11 = [3.857 294.15];

P = [P0;P1;P2;P3;P4;P5;P6;P7;P8;P9;P10;P11];

Emax = 10;
for i = 1:n+1
    E(i) = (i-1)*Emax/n;
    I_A(i) = I0/4*(1-R)+I0/4*(1-R)*(1-exp(-E(i)-log(2)));
    T_alpha(i) = (I_A(i)/sigma)^0.25;
    T_alpha2(i) = (I_A2(i)/sigma)^0.25;
    T_max(i) = (I_A(n+1)/sigma)^0.25;
    T_max2(i) = (I_A2(n+1)/sigma)^0.25;
end

figure(4)
plot(E,T_max, '--')
hold on
plot(E,T_alpha)
hold on
```

Physikaufgabe 164

```
plot(E,T_max2,'--')
hold on
plot(E,T_alpha2)
hold on
plot(P(:,1),P(:,2),'bs')
title('T-p-Diagramm CO_2')
xlabel('$E$', 'interpreter', 'latex')
ylabel('$T_{\alpha_1}(E)$, $T_{\alpha_2}(E)$', 'interpreter', 'latex')
grid on
legend('$T_{max}$', '$R_1 = 0.31$', '$T_{max}$', '$R_2 = 0.39$', 'interpreter', 'latex');
axis([0 5 250 310])
```

>> greenhouse

Tabelle 1

```
I_(1-rho) = 237.1745 W/m²;    I_rho = 104.5755 W/m²
I_alpha(-ln2) = 0 W/m²;    I_tau(-ln2) = 237.1745 W/m²
I_alpha(0) = 118.5872 W/m²;    I_tau(0) = 118.5872 W/m²
I_alpha(oo) = 237.1745 W/m²;    I_tau(oo) = 0 W/m²
I_(2-rho) = 578.9245 W/m²
```

Tabelle 2

```
I_(1-rho) + I_alpha(0) = 355.7617 W/m²;    I_(1-rho) + I_alpha(oo) = 474.349 W/m²
I_0 = 355.7617 W/m²;    I_inf = 355.7617 W/m²
I_(1-rho) + I_tau(0) = 355.7617 W/m²;    I_(1-rho) + I_tau(oo) = 237.1745 W/m²
I_alpha(0) - I_tau(0) = 0 W/m²;    I_alpha(oo) - I_tau(oo) = 237.1745 W/m²
```

Tabelle 3

```
T_(1-rho) = 254.3146 K    T_(1-rho) = -18.8354 °C
T_rho = 207.2343 K    T_rho = -65.9157 °C
T_alpha(-ln2) = 0 K;    T_tau(-ln2) = 254.3146 K
T_alpha(0) = 213.8522 K;    T_tau(0) = 213.8522 K
T_alpha(oo) = 254.3146 K;    T_tau(oo) = 0 K
T_(2-rho) = 317.8774 K    T_(2-rho) = 44.7274 °C
```

Tabelle 4

```
T_(1-rho) + T_alpha(0) = 281.4453 W/m²;    T_(1-rho) + T_alpha(oo) = 302.4327 W/m²
T_0 = 355.7617 W/m²;    T_inf = 281.4453 W/m²
T_(1-rho) + T_tau(0) = 281.4453 W/m²;    T_(1-rho) + T_tau(oo) = 254.3146 W/m²
T_alpha(0) - T_tau(0) = 0 W/m²;    T_alpha(oo) - T_tau(oo) = 48.1181 W/m²
```

Tabelle 5

```
c1 = 0.00028    E1 = 0.23988
c2 = 0.00042    E2 = 0.35982
c3 = 0.00056    E3 = 0.47976
c4 = 0.00084    E4 = 0.71964
```

Physikaufgabe 164

T_alpha1 = 224.4418 T_tau1 = 201.4045
T_alpha2 = 228.4457 T_tau2 = 195.455
T_alpha3 = 231.8289 T_tau3 = 189.6813
T_alpha4 = 237.1803 T_tau4 = 178.6405

T1 = 286.3194 K T1 = 13.1694 °C
T2 = 288.28 K T2 = 15.13 °C
T3 = 289.9861 K T3 = 16.8361 °C
T4 = 292.776 K T4 = 19.626 °C