**Aufgabe:** Beweisen Sie, daß es einen sogenannten Urknall nicht gibt.

**Beweis:** Die Urknalltheorie nimmt an, daß das Weltall aus einer Singularität hervorgegangen ist, die sich unendlich ausdehnt. Dieses Modell stimmt weder mit den physikalischen Erhaltungssätzen noch mit dem Kausalitätsprinzip überein, und es erfüllt auch die Aussagen der Allgemeinen Relativitätstheorie nicht, wonach der Raum in einer Singularität unendlich gekrümmt ist. Mit der Annahme einer einzigen Singularität kommt man nicht sehr weit und verwickelt sich in Widersprüche, und um diese zu beseitigen, bedarf es wenigstens einer weiteren Singularität. Derzeit ist die gängige Lehrmeinung, daß vor Entstehung des Weltalls die gesamte Masse in unendlich hoher Dichte in einem einzigen Punkt konzentriert war. Es ist in der Physik kein System konservativer Kräfte bekannt, das neben kinetischer Energie, nämlich einer Ausdehnungsbewegung, nicht auch potentielle Energie besitzt, welche die Bewegung irgendwann zum Stillstand bringt und anschließend zur Umkehr zwingt. Die Vorstellung von einer unendlich ausgedehnten euklidischen Kugel widerspricht dem Einfluß der vierten Dimension, der Zeit, und ignoriert den Umstand, daß im All, auch nach dessen Wärmetod, immer noch Masse vorhanden ist, wenngleich nur in Form von Entropie. Raum und Zeit sind allerdings äquivalent, denn das differentielle Wegelement in einem lichtartigen Universum verschwindet,

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0.$$

Die Gleichungen

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = c^2 dt^2 \quad \text{bzw.} \quad dt = \frac{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}{c}$$

lassen sich unschwer als Sphäre mit veränderlichem Radius $ct$ erkennen, und wenn man so will, sind dies die Gleichungen einer Singularität,

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 = 0,$$

weil sich der Zeitstrahl zu jedem Zeitpunkt vom Ortsvektor wieder abzieht. Kein materielles Objekt und keine elektromagnetische Strahlung kann also die Punktsingularität verlassen, die Frage nach Raum und Zeit erübrigt sich somit. Im Umkehrschluß heißt das: auf dem Rand der Sphäre herrscht die gleiche Zeit wir in ihrem Mittelpunkt. Natürlich kostet es Zeit, den Weg des Lichts vom Mittelpunkt des Universums zu seinem Rand zurückzulegen, selbst wenn wir mit Lichtgeschwindigkeit reisen. Nur wenn wir auf diesem Rand angelangt sind, sind wir genau wieder dort, wo wir losgeflogen sind. Auf dem Rand und im Zentrum des Universums herrscht also wegen der Krümmung des Raums die gleiche Zeit. Das legt den Schluß nahe, daß das Weltall zwei Singularitäten besitzen muß, nämlich eine im Mittelpunkt des Alls und eine andere auf seinem Rand. Diejenige Singularität, die sich im Zentrum befindet und deren Schwarzschildradius bei voller Masse das Universum begrenzt, nennen wir Punktsingularität, jene, die sich auf dem Rand befindet und deren Schwarzschildradius durch den Mittelpunkt des Universums geht, Randsingularität. Beide Singularitäten sind identisch und dann wieder doch nicht, weil das All nur eine Gesamtmasse *M* besitzt. Sie müssen sich also untereinander die Gesamtmasse teilen, und nur zu einem einzigen Zeitpunkt, welchen wir den Urknall nennen, befindet sich die gesamte Masse des Alls auf der Randsingularität, da in der Punktsingularität aufgrund des verschwindenden Radius keine Masse vorhanden sein kann. Der Masseaustausch zwischen den beiden Singularitäten kann dennoch immer stattfinden, weil in beiden Singularitäten zum Zeitpunkt des Urknalls die gleiche Zeit gilt, und Strahlung, welche die Randsingularität durch ein Nadelöhr in der Raumzeit, die sogenannte Punktsingularität, jederzeit verlassen kann, den Weg nicht in Vorwärtsrichtung[1] zurücklegen muß, sondern nach dem CPT-Theorem auch in Rückwärtsrichtung[2] ohne Laufzeitverlust bewältigen kann. Im System der Punktsingularität, die noch kaum Geschwindigkeit aufgenommen hat, dauert es nur „unendlich" lange, bis sich die Energie der Randsingularität, die sich beim Urknall fast mit Lichtgeschwindigkeit von uns wegbewegt, dann aber immer langsamer wird, auf die Punktsingularität übertragen hat.

Jacob Bekenstein war es, der herausgefunden hat, daß die Entropie eines Schwarzen Lochs auf seiner Oberfläche konzentriert ist. Es handelt sich dabei um entartete Materie, die keine drei, sondern nur zwei Dimensionen besitzt. Da die Punktsingularität anfangs keine Oberfläche aufweist, kann sie auch noch keine Masse enthalten. Anders ist es bei der Randsingularität, welche den maximal möglichen Schwarzschildradius des Universums angenommen hat und demnach die volle Masse auf ihrem Rand konzentriert. Die Punktsingularität nimmt jene Masse, die von der Randsingularität abgestrahlt wird, in sich auf und wächst dabei zur gleichen Größe heran wie die voll aufgeblähte Randsingularität, während letztere Masse verliert und immer kleiner wird. Der Massetransfer erfolgt dabei durch das Nadelöhr der Punktsingularität während des Urknalls, der dazu allerdings gar nicht stattgefunden haben muß, weil dieser Prozeß aufgrund der Relativitätstheorie nur kontinuierlich ablaufen kann. Auf jeden Fall bewegt sich die Punktsingularität in Richtung Zukunft, die Randsingularität in Richtung Vergangenheit, da sie ja an Masse verliert und am Ende wieder zu einer Punktsingularität wird. Dies ist der CPT-Invarianz[3] geschuldet, d.h. dem Aufeinandertreffen von Materie und Antimaterie. Dabei kommt es zu einer kurzen Annihilation und dann zu einer erneuten Separation, weil Materie und Antimaterie sich gegenseitig abstoßen, wenn in einem der beiden Universen die Zeit umgekehrt wird. Der Impuls bleibt dabei wie bei einem elastischen Stoß erhalten. Das spiegelbildliche Antiuniversum enthält natürlich auch zwei Singularitäten, und die Berührung der beiden erfolgt nur während des Urknalls und nur auf dem Rand. Die dabei freiwerdende Energie wird als kinetische Energie für die Expansion der beiden Universen bereitgestellt. Dabei stellt sich die fundamentale Frage, ob es möglich ist, durch das Nadelöhr in die Vergangenheit zu reisen. Die Antwort lautet eindeutig: Ja, das ist möglich, allerdings nur auf dem Weg über die Zukunft. Mit dem „Urknall" findet bekanntlich nach der Relativitätstheorie ein Neubeginn von Raum und Zeit statt, beide Größen werden auf Null zurückgesetzt.[4] Das ist eine zwingende Folge der Kausalität, sonst müßte man sich fragen, was vor dem Urknall war. Nun – vor dem Urknall existierte dieselbe Welt wie die heutige, weil sich der Energietransfer zwischen Rand- und Punktsingularität nicht stoppen läßt und ohne Eingriff irgendeiner höheren Macht selbständig abläuft. Das

[1] d.h. in die Zukunft
[2] also in die Vergangenheit
[3] **C**harge, **P**arity, **T**ime
[4] Engl. Reset

 

alles setzt voraus, daß man an die Erhaltungssätze glaubt. Allerdings ist bisher keine einzige Verletzung von Erhaltungsgrößen bekannt geworden.

Bildlich kann man sich das Universum als expandierende Kugeloberfläche vorstellen, die von einer Kreisscheibe halbiert wird, die sich während der Lebensdauer des Universums einmal um sich selbst dreht, um wieder dort anzukommen, wo die Vorgänge ausgelöst wurden. Während dieser Drehung ist dann die gesamte Masse von einer Singularität auf die andere übergegangen. Wir verifizieren unsere Hypothese nun anhand der statistischen Thermodynamik.

Jedes Universum stellt einen Makrozustand unterschiedlicher Mikrozustände dar, deren Entropie gegeben ist durch

$$S = -k\int w \ln w d\Omega = -kw \ln w \int d\Omega = -k \ln w = -k \ln \frac{1}{\Omega} = k \ln \Omega,$$

wobei $w = 1/\Omega$ die Wahrscheinlichkeit eines Mikrozustandes und $\Omega$ die Differenz der Phasenraumraumvolumina eines $N$-Teilchensystems angibt. Mit den generalisierten Koordinaten

$$(\vec{q}, \vec{p}) = (q_1, \ldots, q_f, p_1, \ldots, p_f)$$

und $f = 3N$ Freiheitsgraden folgt

$$S = k \ln \int d^{3N} q d^{3N} p.$$

Die entsprechende Berechnung wurde in Aufgabe [150] durchgeführt, so daß wir das Resultat einfach übernehmen können:

$$\Omega = \int_E^{E+\Delta E} d^f q d^f p \approx \exp \frac{4\pi G E^2}{\hbar c^5} = \exp \frac{2\pi R_S E}{\hbar c}.$$

Anschaulich gesprochen geht wegen

$$E = \frac{1}{2} NkT$$

die Phasenraumdifferenz

$$\Omega = \exp \frac{\pi R_S NkT}{\hbar c}$$

für ein „unendlich“ ausgedehntes Universum mit $R_S \to \infty$ wegen $T \to 0$ gegen eins und damit die Entropie gegen null. Ähnlich ist es bei verschwindendem Schwarzschildradius $R_S \to 0$, weil dann wegen der verschwindenden Masse nach Hawking $T \to \infty$ geht. Eliminieren wir nun den Schwarzschildradius mittels

$$R_S = \frac{2GE}{c^4}$$

und anschließend die Energie, folgt

$$\Omega(N,T) = \exp\frac{\pi R_S NkT}{\hbar c} = \exp\frac{2\pi GENkT}{\hbar c^5} = \exp\frac{\pi GN^2k^2T^2}{\hbar c^5},$$

also eine Entropie, die quadratisch mit der Temperatur und der Teilchenzahl ansteigt,

$$S(N,T) = k\ln\Omega = \frac{\pi k^3 G}{\hbar c^5} N^2T^2.$$

Nach der gängigen Lehrmeinung soll die Temperatur der Singularität beim Urknall 10 Billionen Grad betragen haben und sich im Laufe der Expansion auf nahezu Null abkühlen, d.h. die Phasenraumdifferenz ändert sich nicht mehr, wenn das All seinen Wärmetod erleidet,

$$\frac{\partial\Omega}{\partial T} = \frac{2\pi GN^2k^2T}{\hbar c^5}\exp\frac{\pi GN^2k^2T^2}{\hbar c^5} = 0.$$

Da an der Stelle $T = 0$ wegen

$$\frac{\partial^2\Omega}{\partial T^2} = \frac{2\pi GN^2k^2}{\hbar c^5} > 0$$

ein lokales Entropieminimum vorliegt, bedeutet das, daß die Entropie des Universums mit sinkender Temperatur gegen Null geht, und nicht wie bisher angenommen immer weiter zunimmt. Der konstante Faktor der Entropieformel liegt allerdings in der Größenordnung von

$$\frac{\pi k^3 G}{\hbar c^5} = \frac{\pi\cdot 1{,}38^3\cdot 10^{-69}\,\mathrm{m^6kg^3s^{-6}K^{-3}}\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}}{1{,}05\cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}\cdot 2{,}99^5\cdot 10^{50}\,\mathrm{m^5s^{-5}}} = 2{,}19\cdot 10^{-96}\ \mathrm{JK^{-3}}.$$

Nehmen wir einmal an, daß es im Universum $10^{89}$ Atome gibt, dann ist

$$\frac{\pi k^3 G}{\hbar c^5} N^2 = 2{,}19\cdot 10^{82}\ \mathrm{JK^{-3}}.$$

Wenn wir die innere Energie von oben in die Hawkingsche Temperaturformel

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi kGM} = \frac{\hbar c^5}{4\pi k^2 GNT}$$

einsetzen, ist die Temperatur selbst nur noch von der Teilchenzahl abhängig,

$$T^2 = \frac{\hbar c^5}{4\pi k^2 GN},$$

und die Entropie beträgt

$$S = \frac{\pi k^3 G}{\hbar c^5} N^2T^2 = \frac{1}{4}kN$$

 

und ist demnach temperaturunabhängig. An der Konstanten

$$\frac{\hbar c^5}{4\pi k^2 G} = \frac{1,05\cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}\cdot 2,99^5\cdot 10^{50}\,\mathrm{m^5 s^{-5}}}{4\pi\cdot 1,38^2\cdot 10^{-46}\,\mathrm{m^4 kg^2 s^{-4} K^{-2}}\cdot 6,67\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3 kg^{-1} s^{-2}}} = 1,57\cdot 10^{73}\ \mathrm{K}^2$$

kann man jedoch erkennen, daß die Temperatur des Universums beim Urknall nur in der Größenordnung von

$$T^2 = 1,57\cdot 10^{-16}\,\mathrm{K}^2 \quad \text{bzw.} \quad T = 1,25\cdot 10^{-8}\,\mathrm{K}$$

gelegen haben kann, wenn die gesamte Masse in dichtester Form bereits vorhanden war. Man kann also nach dieser Überlegung nicht mehr davon ausgehen, daß die gesamte Materie in einem einzigen Paukenschlag „entstanden“ ist, sondern muß vielmehr postulieren, daß sie nach und nach hinzukam. Setzen wir in obige Gleichung im Minimum ein einziges Teilchen ein, so ergeben sich nämlich ganz andere Verhältnisse, und zwar

$$T^2 = \frac{\hbar c^5}{4\pi k^2 G} = 1,57\cdot 10^{73}\ \mathrm{K}^2 \quad \text{bzw.} \quad T = 3,96\cdot 10^{36}\ \mathrm{K}.$$

Wir sehen daran ganz deutlich, daß das Weltall wie ein Schwarzes Loch durch Massenzunahme kontinuierlich gewachsen sein muß und können uns lediglich fragen, woher diese zusätzliche Masse stammt. Auch stimmt dieses Ergebnis nicht mit den 10 Billionen Grad, d.h. $10^{13}$ K, überein, denn das wären 23 Größenordnungen weniger, als wir berechnet haben.

Andererseits nimmt der Schwarzschildradius des Universums mit wachsender Masse zu, womit sich auch die Entropie nach dem Urknall erhöhen müßte. Dieser Widerspruch kann nur dadurch aufgelöst werden, daß man annimmt, daß die Masse der Punktsingularität noch im Entstehen begriffen ist und der Rest sich als dunkle Energie in einem zweiten Schwarzen Loch, der sogenannten Randsingularität, befindet. Zwischen diese beiden Singularitäten eingebettet liegt das sichtbare Universum. Um nun die Energie des Universums als Summe zweier Singularitäten anzugeben, machen wir folgenden Ansatz:[5]

$$E = E_p + E_r = \frac{1}{2}kN\left(T_S - T\right) + \frac{1}{2}k\left(N_S - N\right)T.$$

Die Quadratur der Energie beinhaltet dann drei Beiträge, zwei für die beiden Singularitäten und einen weiteren für das sichtbare Universum:

$$\begin{aligned}\Omega &= \exp\frac{4\pi G E^2}{\hbar c^5} = \exp\frac{\pi G k^2\left(N\left(T_S - T\right) + \left(N_S - N\right)T\right)^2}{\hbar c^5}\\ &= \exp\left\{\frac{\pi G k^2}{\hbar c^5}\left[N^2\left(T_S - T\right)^2 + 2N\left(N_S - N\right)\left(T_S - T\right)T + \left(N_S - N\right)^2 T^2\right]\right\}.\end{aligned}$$

[5] Dabei steht *p* für Punkt und *r* für Rand

 

Damit läßt sich auch die Entropie als Summe aus drei Beiträgen darstellen:

$$S = k\ln\Omega_p + k\ln\Omega_r = k\ln\left(\Omega_p\Omega_r\right) = \frac{\pi G k^3 N_S^2 T_S^2}{\hbar c^5}\left(\frac{N^2}{N_S^2}\left(1-\frac{T}{T_S}\right)^2\right.$$

$$\left.+2\frac{N}{N_S}\left(1-\frac{N}{N_S}\right)\left(1-\frac{T}{T_S}\right)\frac{T}{T_S}+\left(1-\frac{N}{N_S}\right)^2\frac{T^2}{T_S^2}\right),$$

wobei das globale Maximum bei

$$S\left(N_S,0\right) = S\left(0,T_S\right) = \frac{\pi G k^3}{\hbar c^5}N_S^2T_S^2$$

liegt. Setzt man die Teilchenzahl dem Umfang und damit der Ortsvariablen eines Schwarzen Lochs gleich und die Temperatur der inversen Masse sprich Energie bzw. dem Impuls, haben wir zwei kanonische Variablen, die der Unschärferelation genügen, und die nur in gleicher Richtung einen Beitrag liefern. Daher sind auf der Entropieoberfläche nur Werte längs der Diagonalen erlaubt. Diese Diagonale besitzt 3 Extremwerte, wie wir in Abb. 1 erkennen.

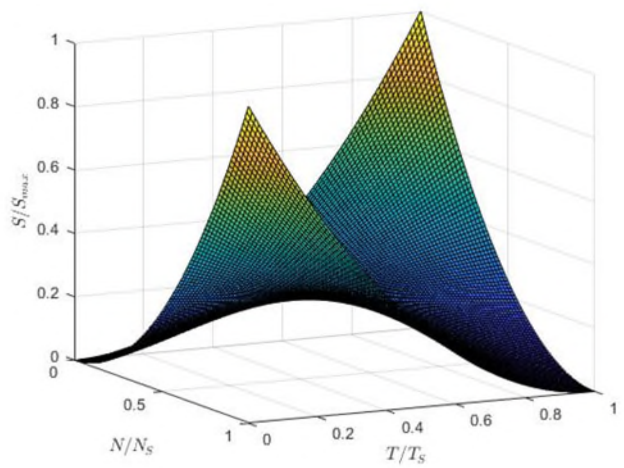


***Abbildung* 1. Die Entropie des Alls erreicht im Sattelpunkt ein lokales Maximum**

Der gemischte Term längs der Diagonalen von $(0,0)$ bis $(1,1)$,

$$S_u\left(N,T\right) = \frac{2\pi G k^3 N_S^2 T_S^2}{\hbar c^5}\frac{N}{N_S}\left(1-\frac{N}{N_S}\right)\left(1-\frac{T}{T_S}\right)\frac{T}{T_S},$$

gehört zu keiner der beiden Singularitäten, sondern zum sichtbaren Weltall, welches sich zwischen den Singularitäten ausdehnt. Im sichtbaren Universum, das zunächst leer ist, weil es zwischen zwei Singularitäten eingebettet ist, nimmt die Entropie mit der Teilchenzahl zu. Genau bei seiner maximalen Ausdehnung, d.h. wenn Punkt- und Randsingularität gleich groß sind, erreicht die Entropie ihren maximalen Wert, danach nimmt sie wieder ab. Wenn sich die beiden Singularitäten berühren, verschwindet auch das All. Das ist aber nur beim „Urknall“ möglich, wenn die gesamte Masse des Alls in einer einzigen Singularität vereint ist, und zwar in der

 

Randsingularität. Die Temperatur und damit die innere Energie des Alls sind dann gleich null, die Entropie steckt gänzlich in der Randsingularität. Durch den Masseaustausch zwischen Punkt- und Randsingularität wird die maximale potentielle Energie des Alls wieder in kinetische umgewandelt und die Punktsingularität nimmt durch kontinuierlichen Massezuwachs an Fahrt auf. Lassen wir uns aber nicht verwirren. Anfangs steckt die weitaus meiste Energie noch in der Randsingularität. Da sich Materie nicht schneller ausbreiten kann als Licht, bleibt das All anfangs noch recht klein, aber seine Temperatur nimmt um so mehr ab, je größer es wird. Durch die sinkende Temperatur wird die Gesamtentropie des Alls nicht grundsätzlich kleiner, sondern sie steigt nach Durchlaufen eines Minimums wieder auf ihren Maximalwert an. Das ist aber auch vollkommen erklärlich, denn es gibt am Ende des Alls kein sichtbares All mehr und auch keine Punktsingularität, also steckt die gesamte Entropie in der Randsingularität. Das Weltall pendelt also stetig zwischen zwei Singularitäten hin und her wie ein harmonischer Oszillator, ohne daß es zu einer spontanen „Explosion" kommt. Es gibt daher im Universum nur Umkehrpunkte, niemals aber Sprünge. Die beiden Singularitäten befinden sich in einer Art dynamischem Strahlungsgleichgewicht, bei dem durch die Entropie eine klare Richtung vorgegeben ist. Mithin gibt es den Urknall nicht,

qed

**Anhang**

Zur Extremwertbestimmung bilden wir die partiellen Ableitungen der Entropie des sichtbaren Universums,

$$\frac{\partial S_u}{\partial N} = \frac{2\pi G k^3 N_S T_S^2}{\hbar c^5} \frac{T}{T_S}\left(1-\frac{T}{T_S}\right)\left(1-2\frac{N}{N_S}\right)$$
$$\frac{\partial S_u}{\partial T} = \frac{2\pi G k^3 N_S^2 T_S}{\hbar c^5} \frac{N}{N_S}\left(1-\frac{N}{N_S}\right)\left(1-2\frac{T}{T_S}\right)$$

und differenzieren diese ein weiteres Mal,

$$\frac{\partial^2 S_u}{\partial N^2} = -\frac{4\pi G k^3 T_S^2}{\hbar c^5} \frac{T}{T_S}\left(1-\frac{T}{T_S}\right), \quad \frac{\partial^2 S_u}{\partial T^2} = -\frac{4\pi G k^3 N_S^2}{\hbar c^5} \frac{N}{N_S}\left(1-\frac{N}{N_S}\right)$$

so folgt mittels der gemischten partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial^2 S_u}{\partial T \partial N} = \frac{\partial^2 S_u}{\partial N \partial T} = \frac{2\pi G k^3 N_S T_S}{\hbar c^5}\left(1-2\frac{N}{N_S}\right)\left(1-2\frac{T}{T_S}\right)$$

die Funktionaldeterminante

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 S_u}{\partial N^2} & \dfrac{\partial^2 S_u}{\partial N \partial T} \\ \dfrac{\partial^2 S_u}{\partial T \partial N} & \dfrac{\partial^2 S_u}{\partial T^2} \end{vmatrix} = \left(\frac{4\pi G k^3 N_S T_S}{\hbar c^5}\right)^2 \left[\frac{T}{T_S}\left(1-\frac{T}{T_S}\right)\frac{N}{N_S}\left(1-\frac{N}{N_S}\right) - \left(\frac{1}{2}-\frac{N}{N_S}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{T}{T_S}\right)\right].$$

 

Anstatt nun die Extremwerte anhand des vorgegebenen Formalismus exakt zu bestimmen, können wir uns auch eines Tricks bedienen. Dazu wandeln wir die Entropie wie folgt um: Zunächst normieren wir die beiden Variablen auf ihre Maximalwerte

$$x \equiv \frac{N}{N_S} \quad \text{und} \quad y \equiv \frac{T}{T_S}$$

und setzen der Einfachheit halber

$$S_{\max} = \frac{2\pi G k^3 N_S^2 T_S^2}{\hbar c^5} = 1.$$

Da wir wissen, daß Unschärfen sich nur in einer Raumrichtung auswirken, wird aus der zweidimensionalen relativen Entropie

$$S_u(x, y) = x(1-x)(1-y)\, y$$

eine eindimensionale, nämlich

$$S_u(x) = x^2 (1-x)^2 = x^2 - 2x^3 + x^4.$$

Bilden wir die 1. Ableitung

$$\frac{dS_u}{dx} = 2x - 6x^2 + 4x^3 = 0,$$

so finden wir die Extremwerte anhand der Gleichung $\left(2 - 6x + 4x^2\right) x = 0.$ Die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$x^2 - \frac{3}{2} x + \frac{1}{2} = 0$$

sind gegeben durch

$$x_{1,2} = \frac{3}{4} \pm \frac{1}{4},$$

und die triviale Lösung lautet $x_3 = 0.$ Mit Hilfe der zweiten Ableitung

$$\frac{d^2 S_u}{dx^2} = 2 - 12x + 12x^2$$

können wir erkennen, ob es sich um ein Minimum oder ein Maximum handelt. Es gilt

 

$$\frac{d^2 S_u}{dx^2}\left(x_1\right) = 2 > 0,$$
$$\frac{d^2 S_u}{dx^2}\left(x_2\right) = -1 < 0,$$
$$\frac{d^2 S_u}{dx^2}\left(x_3\right) = 2 > 0.$$

Für $x_2$ liegt also ein lokales Maximum vor, bei $x_1$ und $x_3$ finden wir lokale Minima.