Aufgabe: Stellen Sie das Weltall anschaulich graphisch dar.

Lösung: Wir betrachten das Universum ohne Beschränkung der Allgemeinheit als dreidimensionalen torusförmigen Kegel mit punktförmigem Loch in der Mitte, womit die allgemeine Torusgleichung übergeht in

$$\left(x^2+y^2+c^2t^2\right)^2=4R_S^2\left(x^2+y^2\right).$$

Dabei ist R_S der Schwarzschildradius des Alls. Die Parametrisierung genügt den Gleichungen

$$\begin{aligned} x &= R_S\cos\varphi\left(1+\cos\theta\right), \\ y &= R_S\sin\varphi\left(1+\cos\theta\right), \\ ct &= R_S\sin\theta. \end{aligned}$$

In Polarkoordinaten ausgedrückt heißt das

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{x^2+y^2}=R_S\left(1+\cos\theta\right), \\ ct &= \sqrt{R_S^2-\left(\rho-R_S\right)^2}=\sqrt{2R_S\rho-\rho^2}. \end{aligned}$$

An der Basis $ct=0$ ist $\rho=2R_S$ für $\theta=0$ und $\rho=0$ für $\theta=\pi$. Zur Parametrisierung der Singularitäten verwenden wir einen dreidimensionalen gekrümmten Raum:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ ct \end{pmatrix}=R_S\begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix}+R_S\left(1-\frac{\varphi}{2\pi}\right)\begin{pmatrix} \cos\varphi\cos\theta \\ \sin\varphi\cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}.$$

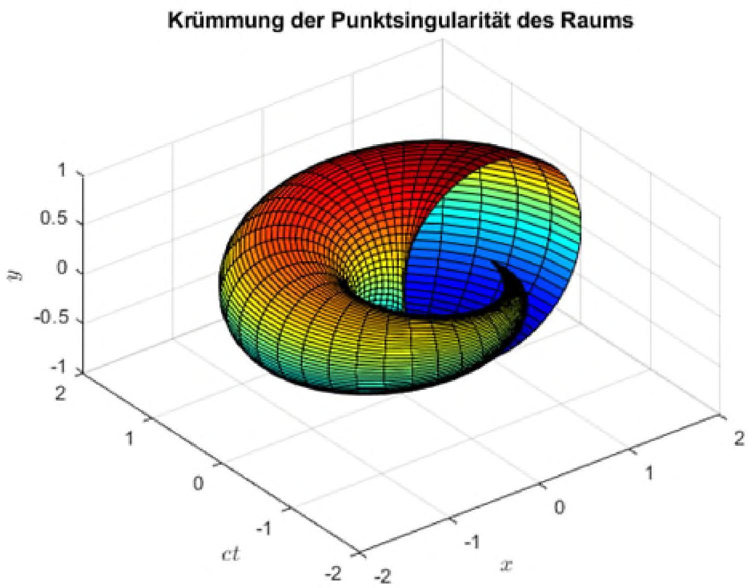

Abbildung 1. Zukunftskegel der Raumzeit

Damit besitzt der Zukunftskegel der Raumzeit das Aussehen einer Punktsingularität wie in Abb. 1 dargestellt, während der Vergangenheitskegel der dunklen Energie das Aussehen einer Randsingularität aufweist (Abb. 2). Beim Zukunftskegel nimmt der Winkel φ zu, beim Vergangenheitskegel ab. Beide Kegel überlagern sich (Abb. 3) und ergeben das All.

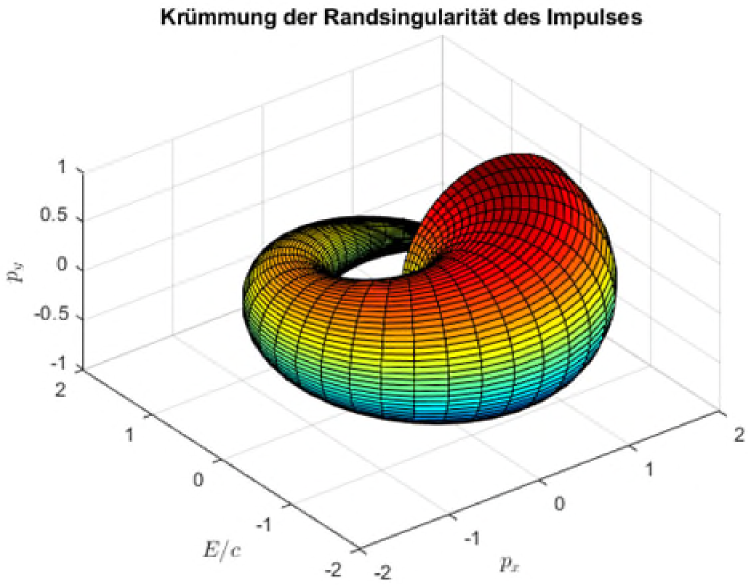

Abbildung 2. Vergangenheitskegel der Impulsenergie (dunkle Energie)

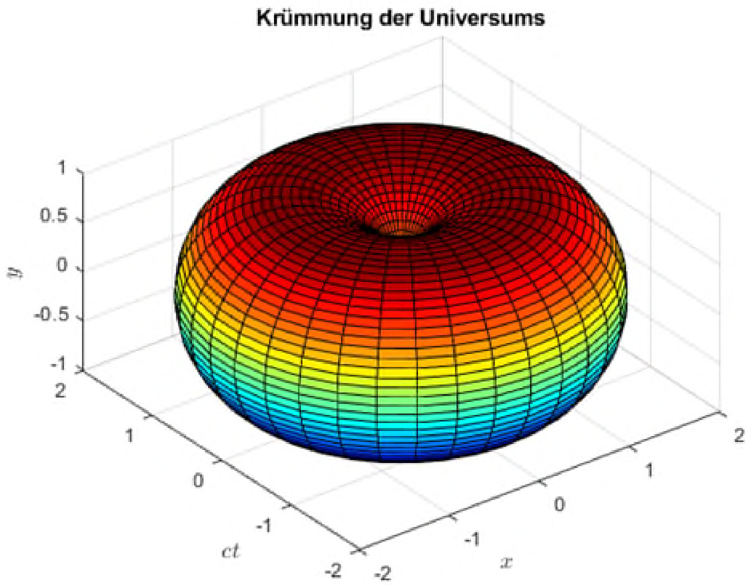

Abbildung 3. Überlagerung der beiden Singularitäten des Universums im Zukunfts- und Vergangenheitskegel

Die Einhüllende der beiden Singularitäten entspricht dem Schwarzschildradius des Alls. Zwischen diesen beiden öffnet sich der Weltraum, der sich allerdings niemals bis zur vollen Größe entfalten kann, weil er durch die Krümmung des Raumes wieder in die Randsingularität hineingezogen wird, aus der er durch die Punktsingularität nach dem Urknall hervorgegangen ist.

Anhang

```
% Programm Torus
R=1; % Torusradius
theta=linspace(0,2*pi,72); % 72 Unterteilungen entlang des Perimeters des
Tubus
phi=linspace(0,2*pi,36); % 36 Unterteilungen entlang des Azimut des Torus
% Konvertierung der Vektoren phi and theta in [n x n] Matrizen mittels
meshgrid-Befehl
[Phi,Theta]=meshgrid(phi,theta);
% Erzeugung von n x n Matrizen für x, y, z gemäß Torusgleichungen
x=(R+R.*(1-Phi/2/pi).*cos(Theta)).*cos(Phi);
y=(R+R.*(1-Phi/2/pi).*cos(Theta)).*sin(Phi);
z=R.*(1-Phi/2/pi).*sin(Theta);

figure(1)
surf(x,y,z); % Oberflächendarstellung
daspect([1 1 1]) % Formgleichheit
colormap('jet') % Farbänderung
title('Krümmung der Punktsingularität des Raums')
xlabel('$x$','interpreter','latex')
ylabel('$ct$','interpreter','latex')
zlabel('$y$','interpreter','latex')

% Erzeugung von n x n Matrizen für x, y, z gemäß Torusgleichungen
x=(R+R.*(1-Phi/2/pi).*cos(Theta)).*cos(-Phi);
y=(R+R.*(1-Phi/2/pi).*cos(Theta)).*sin(-Phi);
z=R.*(1-Phi/2/pi).*sin(Theta);

figure(2)
surf(x,y,z); % Oberflächendarstellung
daspect([1 1 1]) % Formgleichheit
colormap('jet') % Farbänderung
title('Krümmung der Randsingularität des Impulses')
xlabel('$p_x$','interpreter','latex')
ylabel('$E/c$','interpreter','latex')
zlabel('$p_y$','interpreter','latex')

% Erzeugung von n x n Matrizen für x, y, z gemäß Torusgleichungen
x=(R+R.*cos(Theta)).*cos(-Phi);
y=(R+R.*cos(Theta)).*sin(-Phi);
z=R.*sin(Theta);

figure(3)
surf(x,y,z); % Oberflächendarstellung
daspect([1 1 1]) % Formgleichheit
colormap('jet') % Farbänderung
title('Krümmung der Universums')
xlabel('$x$','interpreter','latex')
ylabel('$ct$','interpreter','latex')
zlabel('$y$','interpreter','latex')
```