Aufgabe: Schildern Sie anschaulich, in welchen Schritten sich die Entwicklung des Universums vollzieht.

Lösung: So wie es zwei Eheleute gibt, gibt es im All nicht nur eine Singularität, sondern zwei, und zwar eine innere und eine äußere auf dem Rand des Universums. Dazwischen liegt das, was wir das sichtbare Universum nennen. Dieser Ansatz ist unverzichtbar für das Strahlungsgleichgewicht und die Erhaltung der Energie. Es spielt nämlich bei einer Singularität keine Rolle, ob die Energie in einem Punkt konzentriert ist oder auf einer unendlich dünnen, sphärischen Oberfläche. Wenn man davon ausgeht, daß die Masse erhalten bleibt, gilt aus Gründen der Energieerhaltung

$$M = \rho V_S = \frac{4\pi}{3}\rho R_S^3 = \sigma A_S = 4\pi\sigma R_S^2$$

bzw.

$$\rho = \frac{3\sigma}{R_S}.$$

Es ist also völlig egal, ob die Masse in einer punktförmigen Singularität konzentriert ist oder in einer unendlich dünnen Fläche, d.h. wir können schreiben:

$$M = \int_{V_S} \rho(\vec{r})\, dV_S = \int_{A_S} \sigma(\vec{r})\, dA_S.$$

Mit den Definitionen

$$\rho(\vec{r}) = \begin{cases} M\delta(\vec{r}) & \text{für } \vec{r} = 0, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und

$$\sigma(\vec{r}) = \begin{cases} \dfrac{MR_S}{3}\delta(\vec{r} - \vec{R}_S) & \text{für } |\vec{r}| = R_S, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

können wir sowohl den Anfang als auch das Ende des Universums in eine Singularität fassen, denn wegen

$$dV_S = \frac{r^2}{R_S^2} dA_S dr$$

ist auch auf dem Rand des Universums eine Singularität vorhanden:

$$\begin{aligned}\int_{A_S} \sigma(\vec{r})\, dA_S &= \frac{MR_S}{3}\int_{A_S} \delta(\vec{r} - \vec{R}_S)\, dA_S = \frac{M}{R_S^2}\int_{A_S} \delta(\vec{r} - \vec{R}_S)\, dA_S \int_0^{R_S} r^2 dr \\ &= M\int_{V_S} \delta(\vec{r} - \vec{R}_S)\, dV_S = M.\end{aligned}$$

Die Masse zwischen diesen Singularitäten ist beliebig austauschbar, wenn wir schreiben:

$$M = M_0 \int_{V_S} \delta(\vec{r})\, d^3r + M_\infty \int_{V_S} \delta\left(\vec{r} - \vec{R}_S\right) d^3r = M_0 + M_\infty,$$

wobei M_0 die Masse in der punktförmigen Singularität ist und M_∞ die Masse in der sphärisch verteilten. Masse ist also stets in einer der beiden Singularitäten enthalten, übergangsweise während der Expansion des Universums in beiden. Zwischen den beiden Singularitäten kann allerdings nur dann Energie ausgetauscht werden, wenn die Anfangsmasse M_0 abnimmt. Entsprechend muß die Masse der Randsingularität M_∞ zunehmen. Die Masse bleibt dabei erhalten, weil die Massendifferenz ΔM sich einmal subtrahiert, bei der anderen Singularität aber wieder aufaddiert:

$$\begin{aligned} M &= \left(M_0 + \Delta M\right) \int_{V_S} \delta(\vec{r})\, d^3r + \int_{V_S} \bar{\rho}\, d^3r + \left(M_\infty - \Delta M\right) \int_{V_S} \delta\left(\vec{r} - \vec{R}_S\right) d^3r \\ &= \left(M_0 + \Delta M\right) \int_{V_S} \delta(\vec{r})\, d^3r + \int_{V_S} \bar{\rho}\, d^3r + \left(M_\infty - \Delta M\right) \int_{V_S} \delta\left(\vec{r} - \vec{R}_S\right) d^3r \\ &= M_0 + \Delta M + M_\infty. \end{aligned}$$

Zur Aufrechterhaltung des Strahlungsgleichgewichts parametrisieren wir die Gleichung wie folgt:

$$\begin{aligned} M_0 &= \gamma M, \\ M_\infty &= M - M_0 = (1-\gamma) M, \\ \Delta M &= \int_{V_S} \bar{\rho}\, d^3r = (1-2\gamma)\Delta M - (1-\gamma)\Delta M + \gamma \Delta M = 0. \end{aligned}$$

Das liefert schließlich die korrekte Massenbilanz:

$$\begin{aligned} M &= \left(M_0 + \Delta M\right) \int_{V_S} \delta(\vec{r})\, d^3r + \int_{V_S} \bar{\rho}\, d^3r + \left(M_\infty - \Delta M\right) \int_{V_S} \delta\left(\vec{r} - \vec{R}_S\right) d^3r \\ &= \gamma M + \Delta M + (1-2\gamma)\Delta M - (1-\gamma)\Delta M + \gamma \Delta M + (1-\gamma) M - \Delta M \\ &= \gamma (M + \Delta M) + (1-2\gamma)\Delta M + (1-\gamma)(M - \Delta M). \end{aligned}$$

Einige relevante Werte enthält die nachfolgende Tabelle:

Phase	γ	M_0	ΔM	M_∞
1	0	0	ΔM	$M - \Delta M$
2	$1/4$	$1/4(M + \Delta M)$	$\Delta M/2$	$3/4(M - \Delta M)$
3	$1/2$	$1/2(M + \Delta M)$	0	$1/2(M - \Delta M)$
4	$3/4$	$3/4(M + \Delta M)$	$-\Delta M/2$	$1/4(M - \Delta M)$
5	1	$M + \Delta M$	$-\Delta M$	0

Tabelle 1. Die Verteilung der Masse auf die beiden Singularitäten läßt bei maximaler Expansion des Alls auch negative Werte zu

Im Falle, daß es nur eine einzige Singularität gibt, d.h. für $\Delta M = M$, lautet Tab. 2:

Phase	γ	M_0	ΔM	M_∞
1	0	0	M	0
2	$1/4$	$M/2$	$M/2$	0
3	$1/2$	M	0	0
4	$3/4$	$3M/2$	$-M/2$	0
5	1	$2M$	$-M$	0

Tabelle 2. Die Verteilung der Masse bei nur einer Singularität

Und für $\Delta M = 0$, wo es weder ein sichtbares noch ein unsichtbares All gibt, d.h. zwei Singularitäten ohne Zwischenraum, erhalten wir die Werte in Tab. 3:

Phase	γ	M_0	ΔM	M_∞
1	0	0	0	M
2	$1/4$	$M/4$	0	$3M/4$
3	$1/2$	$M/2$	0	$M/2$
4	$3/4$	$3M/4$	0	$M/4$
5	1	M	0	0

Tabelle 3. Hypothetisches All ohne Zwischenraum zwischen den Singularitäten

Da wir aber ein sichtbares All beobachten können, kann dieser Fall nicht auftreten. Nehmen wir nun an, daß sich der Raum anfangs zur Hälfte auf das Vakuum, zur anderen auf die Randsingularität verteilt. Dann gilt $\Delta M = M/2$ und die Tabelle lautet:

Phase	γ	M_0	ΔM	M_∞	R_0/R_S	R_∞/R_S
1	0	0	$M/2$	$M/2$	0	0,79
2	$1/4$	$3M/8$	$M/4$	$3M/8$	0,72	0,86
3	$1/2$	$3M/4$	0	$M/4$	0,91	0,91
4	$3/4$	$9M/8$	$-M/4$	$M/8$	1,04	0,96
5	1	$3M/2$	$-M/2$	0	1,14	1

Tabelle 4. Anfängliche Gleichverteilung der Masse auf den Raum und den Rand des Universums

Diesen Fall haben wir in den folgenden Abbildungen (nicht maßstäblich) graphisch dargestellt und wollen ihn nun kommentieren, daher haben wir auch die Radien angegeben. Diese werden nach der Formel

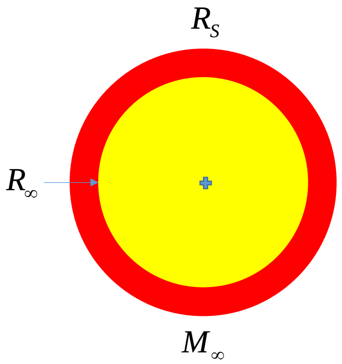
$$R_0 = \sqrt[3]{\frac{M_0}{M}}R_S, \quad R_\infty = \sqrt[3]{1-\frac{M_\infty}{M}}R_S$$

bestimmt. Weil die Randsingularität alles nach außen zieht, dehnt sich der Raum aus.[1]

[1] Bzw. weil Materie und Antimaterie, die beim Urknall entstehen, sich gegenseitig abstoßen und das Universum in Fahrt bringen

$$M = \left(M_0 + \Delta M\right) \int_{V_S} \delta\left(\vec{r}\right) d^3 r + \int_{V_S} \bar{\rho} d^3 r + \left(M_\infty - \Delta M\right) \int_{V_S} \delta\left(\vec{r} - \vec{R}_S\right) d^3 r.$$

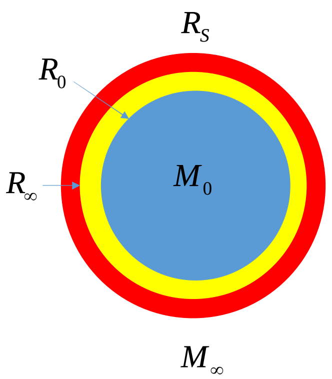
Allerdings ist zwischen den beiden Singularitäten, deren Schwarzschildradien nicht überlappen, weil nie beide die halbe Masse oder wenigstens eine die volle Masse übersteigen kann, außer mit Hilfe von dunkler Energie, niemals leerer Raum, es sei denn im Falle, daß sie sich berühren. Damit eine Überlappung möglich wird, führen wir die dunkle Energie ΔMc^2 ein, die allerdings nicht von Anfang an dunkel ist, sonst gäbe es uns nicht. Im übrigen führt ein Masseverlust $\Delta M > 0$ noch nicht zu dunkler Energie. Dunkle Energie entsteht erst, wenn $\Delta M < 0$. Entsprechend haben wir auch die Farbgebung in den folgenden Diagrammen angepaßt: Schwarz steht für dunkle Energie.



$$R_0 = 0$$
$$R_\infty = \sqrt[3]{1/2} R_S \approx 0{,}79 R_S$$
$$M_0 = 0$$
$$M_\infty = M/2$$
$$\Delta M = M - \left(M_0 + M_\infty\right) = M/2$$

Abbildung 1. Nach dem Urknall verteilt sich die Masse zu gleichen Teilen auf den sichtbaren Raum und die Randsingularität

Während nun die meisten Physiker immer noch glauben, das Weltall sei ein Perpetuum mobile, mit dem sich unbegrenzt Arbeit verrichten und potentielle Energie gewinnen läßt, wird in Wirklichkeit im Weltall überhaupt keine Arbeit verrichtet. Denn während die Punktsingularität im Zentrum des Schwarzen Lochs immer weiter expandiert, zieht sich die Singularität auf dem Rand des Alls immer weiter zusammen. Netto ist die verrichtete Arbeit also gleich null. Die Wärmeenergie kann dem Schwarzschildradius ebenfalls nicht entweichen, daher erreicht das Weltall am Ende der Ausdehnung auch seine maximale Entropie.

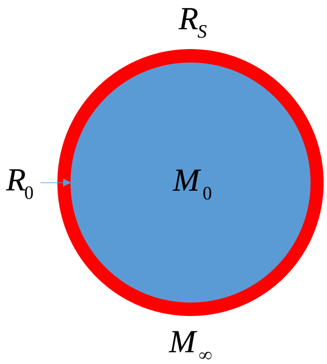


$$R_0 = \sqrt[3]{3/8} R_S \approx 0{,}72 R_S$$
$$R_\infty = \sqrt[3]{5/8} R_S \approx 0{,}86 R_S$$
$$M_0 = 3M/8$$
$$M_\infty = 3M/8$$
$$\Delta M = M - M/2 = M/4$$

Abbildung 2. Der Fall, wenn beide Singularitäten gleiche Masse haben und das sichtbare All schrumpft

Angenommen, die kalte Punktsingularität würde nach dem Urknall in viele kleine, massearme und daher sehr heiße Schwarze Löcher zerfallen, dann gäbe es für ein sichtbares Universum nur dann eine Chance, wenn dieser Zerfall nicht vollständig ist. Wir nehmen ohne Beschränkung der Allgemeinheit an, daß sich die kalte Masse des Universums nach dem Urknall zu gleichen Teilen auf die Punktsingularität und den dazwischenliegenden Raum verteilt (Abb. 1). Am Ende des Universums wird diese Randsingularität vollständig verschwunden sein, und die Punktsingularität wir die gesamte Masse des Alls in sich aufgenommen haben (Abb. 5). Wir haben dieses Verhältnis deshalb gewählt, damit die Randsingularität am Ende des Weltzyklus vollständig verbraucht ist und die Masse komplett für eine neu entstehende Welt zur Verfügung steht.

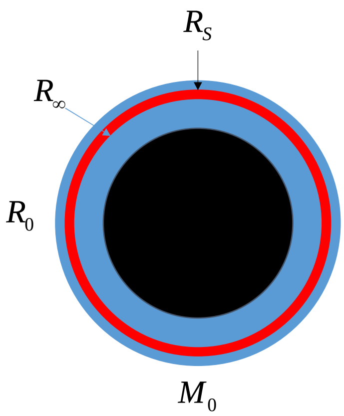
Abb. 2 zeigt die Situation, wenn beide Singularitäten gleiche Masse haben und der Rest auf das sichtbare Universum entfällt. Der sichtbare Raum mag sich zwar weiter ausgedehnt haben, aber er ist auf die Hälfte zusammengeschrumpft. Das ist auch ganz klar, denn das Volumen der Schwarzen Löcher hat durch die Massenzunahme ebenfalls zugenommen, und folglich muß der Raum abgenommen haben. Man bedenke stets, daß das All innerhalb eines Schwarzschildradius liegt und für eine unendliche Ausdehnung gar kein Platz vorhanden ist. Die anfängliche Masse des sichtbaren Alls hat sich gegenüber ihrem Anfangswert halbiert. In der gewählten Darstellung, die nicht maßstabsgetreu ist, wird das Weltall immer flacher.



$$R_0 = \sqrt[3]{3/4}R_S \approx 0{,}91 R_S$$
$$R_\infty = R_0$$
$$M_0 = 3M/4$$
$$M_\infty = M/4$$
$$\Delta M = M - (M_0 + M_\infty) = 0$$

Abbildung 3. Das sichtbare All ist in der Randsingularität verschwunden

Abb. 3 zeigt die Situation, wenn das sichtbare All gänzlich verschwunden ist. Die vielen kleinen Schwarzen Löcher, die zu Beginn des Universums erzeugt wurden, haben sich zu zwei großen Schwarzen Löchern vereinigt, die sich gerade berühren, aber noch nicht miteinander verschmolzen sind. Der Unterschied zwischen beiden ist nur, daß das Loch mit der Punktsingularität dreimal so viel Masse hat wie die Randsingularität.



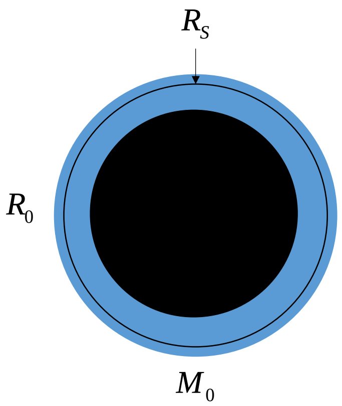
$$R_0 = \sqrt[3]{3/2}R_S \approx 1{,}04 R_S$$
$$R_\infty = 0{,}96 R_S$$
$$M_0 = 9M/8$$
$$M_\infty = M/8$$
$$\Delta M = M - M = -M/4$$

Abbildung 4. Zwei sich überlappende Schwarze Löcher auf dem Rand mit negativer Massendifferenz

Abb. 4 zeigt eine Situation, wenn beide Singularitäten überlappen. Da die Punktsingularität auf eine Masse angewachsen ist, die um die Hälfte über der der Gesamtmasse des Alls liegt, entsteht ein sogenannter dunkler Raum mit negativer Energie, der aber nach Abzug wieder zur richtigen

Masse führt. Der Energiesatz ist dadurch nicht verletzt. Der dabei entstehende dunkle Raum existiert in unserer Welt nicht, sondern gehört zum Antiuniversum.

Dieser Prozeß kann nun fortgesetzt werden, bis die Randsingularität ihre Masse komplett verbraucht hat. Dann liegt die Masse der Punktsingularität um die gesamte Masse des Alls über der Masse der Randsingularität. Mithin übersteigt die Masse der Punktsingularität die Masse des Alls um die Hälfte, während der dunkle Raum am Ende des Alls genau halb so groß ist wie die gesamte Masse des Universums.



$$R_0 = \sqrt[3]{3/2}R_S \approx 1{,}14R_S$$
$$R_\infty = R_S$$
$$M_0 = 3M/2$$
$$M_\infty = 0$$
$$\Delta M = M - M = -M/2$$

Abbildung 5. Zustand dunkler Materie, bei dem sich die Masse der Randsingularität vollständig erledigt hat

Zu diesem Zeitpunkt passiert dann der Urknall, weil die Masse, welche unser Universums zuviel hat, durch die überschüssige, gleich große Masse des Antiuniversums kompensiert wird. Gedanklich kann man aber die Massen zurück in das zugehörige Universum versetzen, so daß tatsächlich zwei komplette Massen, die sich gegenseitig aber nicht durchdringen können, für den nächsten Urknall zur Verfügung stehen. Dieser kann sich allerdings nur dann ereignen, wenn beide Universen phasengleich aufeinandertreffen, weil das gespiegelte Antiuniversum von uns aus gesehen aus der Vergangenheit zurückkehrt und nur in einem einzigen Zeitpunkt, nämlich dem des Urknalls, mit dem All zusammentrifft. Nur dann können die beiden Drehimpulse koppeln und sich gegenseitig aufheben, ebenso wie die Energien sich gegenseitig annihilieren. Nur in diesem einen Moment scheint das All nicht zu existieren. Daher kommt auch die verrückte Annahme einer Erzeugung aus dem Nichts [1].

Man kann also die Randsingularität als die Punktsingularität des Antiuniversums deuten und umgekehrt. Einschließlich des Antiuniversums besitzt unser Doppeluniversum anstatt der bisherigen drei Singularitäten allerdings nur noch zwei. Nach der Annihilierung ist in jedem der beiden Universen wieder die volle Masse enthalten, nur können wir die Masse auf dem Rand nicht sehen, weil das Licht den Schwarzschildradius noch längst nicht erreicht hat. Einblicke in Schwarze Löcher entziehen sich unserer Anschauung. Wir sehen nur den Raum dazwischen, und diesen nur insoweit, wie die Auflösung unserer besten Teleskope reicht.

Literatur

[1] Alan Guth, *Die Geburt des Kosmos aus dem Nichts. Die Theorie des inflationären Universums.* Aus dem Amerikanischen von Gerhard Ingold und Martina Sonntag. Droemer, München 1999.

