

# Physikaufgabe 115

---

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

**Aufgabe:** Beweisen Sie, daß sich das Weltall wie ein ideales Gas mit 4 Freiheitsgraden verhält, und daß das Konzept der Ruhemasse nicht greift.

**Beweis:** Daß die Welt durch einen Urknall entstanden ist, wird heute von der Physik allgemein anerkannt. Dabei treten jedoch folgende Schwierigkeiten auf. Gemeinhin wird angenommen, daß das All den sogenannten Wärmetod stirbt,<sup>1</sup> d.h. ein unendlich ausgedehntes Weltall kehrt in die Singularität zurück, aus der es hervorgegangen ist. In einer euklidischen Betrachtungsweise müßten dann auch Punkte auf dem Rand des Universums, also direkt auf einer Fläche mit dem Abstand des Schwarzschildradius von der Singularität, instantan den sogenannten Gravitationskollaps erleiden und „urplötzlich“ in dicht gepackte entartete Materie umgewandelt werden, derart, daß die Entropie verschwindet. Wie nun der Übergang vom halben Durchmesser des Universums mit einer Geschwindigkeit, die nicht größer sein kann als Lichtgeschwindigkeit, in unendlich kurzer Zeit erfolgen soll, bleibt ein bisher ungelöstes Rätsel. Vorstellbar wäre, daß der gesamte Raum<sup>2</sup> innerhalb des maximal erreichbaren Alters des Universums mit zunehmender Krümmung wieder in der Singularität verschwindet,<sup>3</sup> wobei sich seine kinetische in potentielle Energie, d.h. in für uns nicht mehr sichtbare Strahlung verwandelt, die sozusagen im reziproken Raum um das Schwarze Loch wieder auftaucht. Formen wir nämlich die Unschärferelation  $\Delta x \Delta p = \Delta E \Delta t$  entsprechend um, so ergibt sich

$$\Delta p = \frac{\Delta E}{\Delta x} \Delta t \equiv \kappa \Delta E \Delta t,$$

wobei die Impulsänderung wegen der Konstanz von  $\Delta E \Delta t$  proportional zur Raumkrümmung  $\kappa = 1/\Delta x$  ist. Das Produkt aus räumlicher Ausdehnung und energetischer Krümmung  $\kappa \Delta x$  ist nämlich wegen  $\Delta x \Delta p = \kappa \Delta x \cdot \Delta E \Delta t$  invariant, d.h. die Energie „krümmt“ sich in dem Maße, wie sich der Raum ausdehnt oder zusammenzieht.<sup>4</sup> Ein Gravitationskollaps am Ende eines Universums ist also gar nicht mehr nötig. Vielmehr wechseln Raum und reziproker Raum lediglich die Polarität, d.h. das Vorzeichen ihrer Ladung. Somit rückt die Überlegung in greifbare Nähe, daß das nächste Universum vollständig aus Antimaterie besteht, sich aber ansonsten in nichts unterscheidet. Materie und Antimaterie sind nämlich durch den Urknall miteinander versträngt. Insofern dürften Ludwig Boltzmann<sup>5</sup> und Henri Poincaré<sup>6</sup> mit ihrem Wiederkehrtheorem Gehör finden, wonach es gar keinen Wärmetod des Alls gibt. Tatsächlich ist das Universum nach dieser Theorie kein abgeschlossenes System, wohl aber ein System zweier zueinander komplementärer Universen aus Materie und Anti-Materie, dessen Gesamtentropie erhalten bleibt. Dieser Ausblick eröffnet bedeutende philosophische Fragen. Gelänge es nämlich au-

---

<sup>1</sup> Ludwig Boltzmann und Henri Poincaré argumentierten allerdings gegen den Wärmetod des Universums.

<sup>2</sup> Genauer gesagt die Raumzeit

<sup>3</sup> Man bedenke, daß die Krümmung umgekehrt proportional zum Radius ist.

<sup>4</sup> Einstein dachte, daß sich der Raum krümmt. Was sich aber krümmt, ist in Wirklichkeit der Impuls.

<sup>5</sup> Ludwig Boltzmann: *Entgegnung auf die wärmetheoretischen Betrachtungen des Hrn. E. Zermelo*, Ann. Phys. 293 [= Wied. Ann. 57], S. 773–784 (1896). In: *Wissenschaftliche Abhandlungen von Ludwig Boltzmann*, hrsg. von Fritz Hasenöhr, III. Band, New York 1968

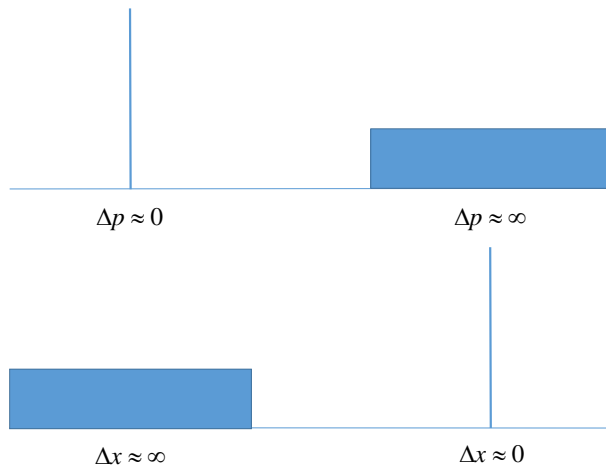
<sup>6</sup> Henri Poincaré: *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*, Acta Math. 13 (1890), 1-270.

## Physikaufgabe 115

---

ßerhalb des Zeitpunkts der Umpolung, welchen man im klassischen Sinne als Urknall bezeichnen würde, ein Replikat eines lebenden Objekts anzufertigen, dadurch daß man dessen Quantenzustände kennt, so könnte man dieses im reziproken Raum, der ja eine gegenläufige Entwicklung nimmt, identisch erzeugen.

Der Schwarzschildradius des Weltalls geht mit sinkender Entropie gegen Null, also muß der Schwarzschildradius des reziproken Raums dabei gegen Unendlich gehen. Je ausgedehnter nun der dreidimensionale Raum, desto stärker schrumpft der reziproke Raum und zieht sich in sich zusammen, und umgekehrt. Das erkennt man in der nachstehenden Abbildung.



Raum und reziproker Raum sind dabei über die Unschärferelation miteinander verknüpft und tauschen Energie und Impuls miteinander aus. Raum und Zeit verschwinden als dunkle Energie bzw. Materie dort, wo Energie und Impuls im reziproken Raum entstehen.<sup>7</sup> Damit läßt sich der Gravitationskollaps elegant umschiffen, und das Problem des Urknalls mit „unendlicher“ Ausbreitungsgeschwindigkeit wäre behoben. Was oben für Ort und Impuls gesagt wurde, gilt sinngemäß auch für Energie und Zeit, die sich ja nur um den Faktor Lichtgeschwindigkeit von den erstgenannten Größen unterscheiden. Zusammen bilden die drei Orts-Impuls-Unschärferelationen und die Energie-Zeit-Unschärferelation eine Viererunschärferelation.

Warum nun aus dem reziproken Raum keinerlei Information zu uns durchdringt, läßt sich am einfachsten durch seine Krümmung erklären. Wir können nämlich keine Wirkung feststellen oder erfassen, die kleiner ist als das Plancksche Wirkungsquantum. Dessen Größe stellt also die absolute Trennlinie zwischen der sichtbaren und der unsichtbaren Welt dar.

Sei nun nach dem Ersten Hauptsatz der Thermodynamik  $dU = dW + dQ$  die Änderung der inneren Energie und letztere nur von der Temperatur abhängig,  $dU = C_V dT$ , dann wird durch Verkleinerung des Volumens  $dV$  die Kompressionsarbeit  $dW = -pdV$  verrichtet, wobei  $p$  jetzt der im Volumen  $V$  herrschende Druck und  $T$  die darin herrschende Temperatur ist.  $C_V$  ist die Wärmekapazität bei konstantem Volumen. Derjenige Anteil an Energie, der nicht mehr in Arbeit umgewandelt werden kann, sei gegeben durch die Entropie  $S$ , wobei die Wärmemenge

---

<sup>7</sup> Die man allerdings nicht messen kann

## Physikaufgabe 115

---

$dQ = TdS$  proportional zum Entropiezuwachs ist. Wir können den Ersten Hauptsatz nun in folgender Form schreiben,

$$C_v dT = -pdV + TdS,$$

und diesen Ausdruck anschließend zur Integration umformen in

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dV.$$

Mit Hilfe der thermischen Zustandsgleichung eines idealen Gases  $pV = NkT$ , wobei  $N$  die Teilchenzahl und  $k$  die Boltzmann-Konstante angibt, eliminieren wir den Druck und erhalten den separierbaren Ausdruck

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + Nk \frac{dV}{V},$$

den wir in den Grenzen  $[T_0, T]$  und  $[V_0, V]$  integrieren. Das Ergebnis lautet

$$\Delta S = C_v \int_{T_0}^T \frac{dT}{T} + Nk \int_{V_0}^V \frac{dV}{V} = C_v \ln \frac{T}{T_0} + Nk \ln \frac{V}{V_0}.$$

Für die innere Energie eines idealen Gases mit  $f$  Freiheitsgraden gilt die kalorische Zustandsgleichung

$$U = \frac{f}{2} NkT.$$

Im vierdimensionalen Raum haben wir demnach 4 Freiheitsgrade, so daß  $U = 2NkT$  und

$$C_v = \left( \frac{dQ}{dT} \right)_v = \left( \frac{dU + pdV}{dT} \right)_v = \left( \frac{dU}{dT} \right)_v = 2Nk.$$

Betrachten wir das All als vierdimensionales ideales Gas, so ist die Entropie gegeben durch

$$S(T, V) = S(T_0, V_0) + 2Nk \ln \frac{T}{T_0} + Nk \ln \frac{V}{V_0} = S(T_0, V_0) + Nk \ln \frac{T^2 V}{T_0^2 V_0}.$$

In der Singularität mit  $V = V_0$  und  $T = T_0$  gilt die Identität. Wenn aber  $V$  sehr groß ist gegen  $V_0$ , d.h. zu Beginn der Kontraktion,<sup>8</sup> nachdem das All seine Polarität gewechselt hat, muß auch  $T_0$  am größten sein bzw.  $T$  sehr viel kleiner, weil sich die Entropie aus Stetigkeitsgründen durch den sogenannten Gravitationskollaps nicht schlagartig ändern kann.

---

<sup>8</sup> Wir gehen hier davon aus, daß sich das All gegenwärtig nicht ausdehnt, sondern zusammenzieht.

## Physikaufgabe 115

---

Das nächste Weltall lebt also von der Entropie des abgelaufenen. Wir stellen uns das Weltall im folgenden als Schwarzes Loch mit annähernd verschwindender Ruhemasse  $M_0$  vor, die mit zunehmender Geschwindigkeit  $v$  aufgrund der Einsteinschen Massenzunahme

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

gegen Unendlich geht. Dabei nehmen wir das Schwarze Loch als masseerfüllte Kugel homogener Dichte an und zerlegen diese in konzentrische Kugelschalen im Abstand des jeweiligen Radiusvektors, derart daß sich jede Sphäre mit der Beschleunigung  $a$  und der Geschwindigkeit  $v = at$  symmetrisch zum Kugelmittelpunkt nach allen Richtungen gleichförmig ausbreiten kann. Vereinfacht betrachtet wird die Kugel damit zu einem Massenpunkt im Abstand des Radius, was zwar nicht der Realität entspricht, für unsere Überlegungen aber auch nicht maßgeblich ist. Nach Ablauf des Weltalters erreiche die Geschwindigkeit des Alls Lichtgeschwindigkeit.<sup>9</sup>

Da die Temperatur eines Schwarzen Lochs mit seiner Masse  $M$  abnimmt,

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi k G M} = \frac{\hbar c^3}{8\pi k G M_0} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

–  $G$  ist hier die Gravitationskonstante,  $k$  die Boltzmann-Konstante und  $\hbar$  das Plancksche Wirkungsquantum –, resultiert daraus zwangsläufig, daß die Temperatur  $T_c$  bei maximaler Ausdehnung des Universums  $V_c$  extrem niedrig sein muß, und das kann nur für  $v = c$  der Fall sein. Aber auch ehe das Universum in Bewegung kommt, d.h. bei  $v = 0$ , ist

$$T_0 = \frac{\hbar c^3}{8\pi k G M_0}$$

der Grenzwert, der nicht überschritten werden kann. Gemäß der Oberfläche  $A$  des Ereignishorizonts,

$$A = 4\pi \left( \frac{2GM}{c^2} \right)^2,$$

gilt in bezug auf die Entropie eines Schwarzen Lochs für beliebige Geschwindigkeiten

$$S = \frac{kc^3 A}{4\hbar G} = \frac{4\pi G M^2}{\hbar c} k = \frac{4\pi G}{\hbar c} \frac{M_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} k.$$

---

<sup>9</sup> Auch das ist strenggenommen nicht richtig, da die Geschwindigkeit sich lediglich dem Grenzwert der Lichtgeschwindigkeit annähert.

## Physikaufgabe 115

---

Für  $v = c$ , d.h. für das vollständig ausgedehnte Universum, kann der Schwarzschildradius beliebig groß werden.<sup>10</sup> Er ist am kleinsten für  $v = 0$ , und damit gilt für die Entropie einer Singularität

$$S(T_0, V_0) = N_0 k,$$

wobei

$$N_0 = \frac{4\pi G M_0^2}{\hbar c}.$$

Hieraus ergibt sich die Entropie

$$S(T, V) = \frac{N_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}} k = \frac{N_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{v^2}{c^2}\right)}{1 - \frac{v^2}{c^2}} k = N_0 k + \frac{N_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{v^2}{c^2} k.$$

Mit der „bewegten“ Teilchenzahl

$$N = \frac{N_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{4\pi G}{\hbar c} \frac{M_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

folgt weiter

$$S(T, V) = N_0 k + N k \frac{v^2}{c^2}.$$

Durch die Beschleunigung  $a$  nimmt mit der Masse auch die Teilchenzahl  $N$  zu<sup>11</sup> und damit die Bewegungsenergie. Daher produziert ein sich beschleunigt ausdehnender Raum Masse und damit Energie, die er im Ruhezustand nicht hätte.<sup>12</sup> Ein schrumpfender Raum hingegen wie das All vernichtet Energie, die nun als dunkle Energie im reziproken Raum verschwindet. Nur Teilchen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen wie das Photon, haben keine Ruhemasse, weil sich ihre Geschwindigkeit nicht ändert, d.h. Photonen beschleunigen nicht und können durch Gravitationskräfte auch nicht abgelenkt werden. Sie folgen lediglich der Krümmung des Raums.

Wie sich durch Vergleich mit oben zeigt, ist

$$\frac{v^2}{c^2} = \ln \frac{T^2 V}{T_0^2 V_0},$$

---

<sup>10</sup> Wohl aber nicht unendlich

<sup>11</sup> Das klingt paradox, weil nach unserer naiven Vorstellung die Teilchenzahl gleichbleiben muß, während wir andererseits den Massezuwachs stillschweigend hinnehmen.

<sup>12</sup> Das spricht für die Äquivalenz von Raum und Impuls bzw. Energie.

und mit

$$\frac{T^2}{T_0^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \quad \text{folgt} \quad \frac{V}{V_0} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} e^{\frac{v^2}{c^2}}.$$

Es ist unstrittig, daß das Weltall irgendwann einfrieren wird und die Geschwindigkeit langsam auf  $v = c$  zunehmen muß.<sup>13</sup> Dann, wenn nichts mehr passiert, hat auch die Entropie ihren maximalen Wert angenommen, womit sich das All nicht mehr weiter ausdehnen kann. Mithin gilt

$$S(T, V) = N_0 k + Nk \frac{v^2}{c^2} = Nk \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) + Nk \frac{v^2}{c^2} = Nk = \frac{N_0 k}{1 - v^2/c^2}.$$

In der Singularität  $v = 0$  ist die Entropie also minimal,

$$S(T_0, V_0) = \frac{4\pi G M_0^2}{\hbar c} k,$$

und damit auch die Wärmeenergie,

$$Q_0 = T_0 S(T_0, V_0) = \frac{4\pi G M_0^2}{\hbar c} k T_0 = \frac{1}{2} M_0 c^2 = \frac{1}{2} U_0.$$

Somit gilt für die innere Energie der Ruhemasse

$$U_0 = 2Q_0 = 2N_0 k T_0$$

und für die ihre Entropie

$$S_0 = N_0 k = \frac{U_0 - N_0 k T_0}{T_0}.$$

Für die Wärmemenge folgt

$$Q = TS = \frac{4\pi k T_0 G}{\hbar c} \frac{M_0^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{2} \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Diese geht ebenfalls gegen Unendlich. Wegen

$$N_0 = \frac{4\pi G M_0^2}{\hbar c}$$

gilt in der Singularität

---

<sup>13</sup> Natürlich ist der absolute Temperaturnullpunkt nicht erreichbar.

## Physikaufgabe 115

---

$$p_0 V_0 = N_0 k T_0 = \frac{M_0 c^2}{2} = -Q_0 + U_0 = -\frac{1}{2} M_0 c^2 + M_0 c^2.$$

Dabei ist die innere Ruheenergie  $U_0$  die auf Lichtgeschwindigkeit gebrachte Ruhemasse  $M_0$  beim Urknall. Ähnlich berechnet sich die Expansionsarbeit

$$pV = NkT = \frac{4\pi GM^2}{\hbar c} k \frac{\hbar c^3}{8\pi kGM} = \frac{1}{2} Mc^2 = -Q + U = -\frac{1}{2} Mc^2 + Mc^2,$$

mit der Wärmeenergie

$$Q = TS(T, V) = \frac{4\pi c^3 G^2 M^2}{\hbar G c^4} kT = NkT = \frac{1}{2} Mc^2$$

und der Entropie

$$S(T, V) = \frac{Q}{T} = \frac{1}{2} \frac{Mc^2}{T} = Nk.$$

Durch Vergleich stellen wir fest, daß  $Q = U/2$  und

$$S = Nk = \frac{U - NkT}{T}.$$

Hierbei ist die innere Energie  $U$  die auf Lichtgeschwindigkeit gebrachte Masse  $M$  des Weltalls kurz vor dem nächsten Urknall,

$$U = 2Q = \frac{8\pi G}{\hbar c} \frac{M_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} kT = 2NkT.$$

Dieser Wert entspricht exakt dem eines idealen Gases mit 4 Freiheitsgraden,

$$U = \frac{4}{2} NkT,$$

das ist aber auch nichts Ungewöhnliches, denn der dreidimensionale Raum hat nur 3 Freiheitsgrade, der vierdimensionale jedoch 4

qed

## Physikaufgabe 115

---

**Programmbeschreibung:** Mit dem beigefügten Programm im Anhang läßt sich zeigen, daß das gegenwärtige Konzept der Ruhemasse falsch ist, da unser All bereits eine Ausdehnungsgeschwindigkeit von 99,94 % der Lichtgeschwindigkeit erreicht hat, wie man durch Vergleich der Radien eines Schwarzen Lochs mit der derzeitigen Masse von  $10^{52}$  kg und mehr leicht feststellen kann. Da sich die Ausdehnungsgeschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit asymptotisch annähert, merken wir diese Beschleunigung nicht, zumal sich das Erreichen des Grenzwerts „unendlich“ in die Länge zieht. Mit der jetzigen Masse hätte die Singularität einen Radius von 3,46 % der heutigen Ausdehnung des Alls und eine Starttemperatur von  $1,23 \cdot 10^{-29}$  K, was völlig unmöglich erscheint. Unter der Abnahme, daß die Ruhemasse des Alls beim Urknall nicht größer war als die eines Protons und die gesamte restliche Energie noch im reziproken Raum gespeichert war, erhalten wir eine Anfangstemperatur von  $7,34 \cdot 10^{49}$  K und eine finale Temperatur von  $4,25 \cdot 10^{-31}$  K, immer gesetzt den Fall, daß die Masse nicht noch weiter zunimmt. Das All hat zu Beginn, d.h. in der Singularität, einen Radius von  $2,48 \cdot 10^{-54}$  m, am Ende beträgt seine Ausdehnung gewaltige  $4,29 \cdot 10^{26}$  m. Es konnte demnach vorstehend gezeigt werden, daß der Urknall keinesfalls plötzlich erfolgt, sondern ziemlich stetig vor sich gehen muß. Das erspart uns jedenfalls die Annahme eines Gravitationskollaps, was ohnedies ziemlich unrealistisch wäre. Die Gesamtenergie war also am Anfang nur in Form von potentieller Energie vorhanden, die ihr Minimum erreicht hat, wenn die kinetische auf ihr Maximum angestiegen ist.

### Anhang

```
% Programm T0
% Anfangstemperatur des Weltalls
% Plancksches Wirkungsquantum [Js]
h_quer = 1.054571817e-34;
% Lichtgeschwindigkeit [m/s]
c = 299792458;
% Boltzmann-Konstante [J/K]
k = 1.380649e-23;
% Gravitationskonstante [m^3/kg/s^2]
G = 6.6743015e-11;
% Ruhemasse eines Protons
M_0 = 1.6726219236951e-27
% Starttemperatur des Universums
T_0 = h_quer*c^3/(8*pi*k*G*M_0)
% Startradius des Universums
R0=2*G*M_0/c^2
% Entropie der Singularität
S0 = 4*pi*G*k*M_0^2/h_quer/c
% Teilchenzahl in der Singularität
N0 = 4*pi*G*M_0^2/h_quer/c
% Wärmeenergie in der Singularität
Q0 = T_0*S0
% Finale relative Geschwindigkeit (derzeit 0.9994*c)
vrel = 0.9994;
% Masse am Ende der Ausdehnung des Alls
M_0 = 1e52;
M = M_0/sqrt(1-vrel^2)
% Finale Temperatur des Universums
T = h_quer*c^3/(8*pi*k*G*M)
```



# Physikaufgabe 115

---

```
% Finaler Radius des Universums
R=2*G*M/c^2
% Geschätzter Radius des Universums > 45 Mrd. Lj
Lj = 9.46073e15;
R_est = 45e9*Lj
% Entropie am Ende des Alls
S = 4*pi*G*k*M^2/h_quer/c
% Wärmemenge am Ende des Alls
Q = T*S

>> T0
M_0 = 1.6726e-27
T_0 = 7.3352e+49
R0 = 2.4842e-54
S0 = 1.0247e-60
N0 = 7.4219e-38
Q0 = 7.5164e-11
M = 2.8872e+53
T = 4.2495e-31
R = 4.2881e+26
R_est = 4.2573e+26
S = 3.0532e+100
Q = 1.2974e+70
```