Aufgabe: Beweisen Sie, daß sich das Universum nicht ausdehnt, sondern zusammenzieht.

Beweis: Sei $u' > 0$ die Geschwindigkeit einer Galaxie, die sich im bewegten Bezugssystem unserer Galaxis von uns wegbewegt. Die Geschwindigkeit u dieser Galaxie im Ruhesystem der Singularität[1] berechnet sich dann gemäß dem Additionstheorem der Geschwindigkeiten zu

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'},$$

wenn sich das gestrichene System mit der Geschwindigkeit $v = |v|$ von der Singularität wegbewegt, und ist

$$u = \frac{u' - |v|}{1 - \frac{|v|}{c^2} u'},$$

wenn sich das gestrichene System mit der Geschwindigkeit $v = -|v|$ auf die Singularität zubewegt. Im bewegten System gilt im Falle $v = |v|$ das Additionstheorem

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c^2} u} = \frac{u - |v|}{1 - \frac{|v|}{c^2} u}$$

und im Falle $v = -|v|$ das Additionstheorem

$$u' = \frac{u + |v|}{1 + \frac{|v|}{c^2} u}.$$

Lassen wir nun die Betragszeichen weg und denken immer daran, daß v kein Skalar ist, sondern ein Betrag, dann erhalten wir insgesamt folgende Additionstheoreme:

$$u = \frac{u' - v}{1 - \frac{v}{c^2} u'}, \quad u' = \frac{u + v}{1 + \frac{v}{c^2} u}.$$

Da für unsere eigene Galaxie $u' = 0$ gilt, bewegen wir uns im System der Singularität mit der Geschwindigkeit $u = -v \le 0$, d.h. wir fliegen mit dieser Geschwindigkeit auf die Singularität zu. Wir merken das nur nicht, weil sich der Raumwinkel von 4π dabei nicht ändert. Das gleiche gilt auch für alle anderen Galaxien.

[1] Die Singularität definiert sich dadurch, daß das Einsteinsche Postulat, daß sich nichts in absoluter Ruhe befindet, in diesem Punkt als einziger Ausnahme nicht gilt.

Da $0 \le u' < c,$ ist der Nenner von u stets positiv. Folglich muß gelten: $u' \le v.$ d.h. keine Galaxie kann sich schneller von uns wegbewegen als sich unsere Galaxis auf die Singularität zubewegt. Das heißt aber auch, daß die schnellste sich von uns entfernende Galaxie relativ zu uns nicht schneller sein kann als unsere eigene Galaxie relativ zur Singularität, es sei denn, daß sich eines Tages eine noch schnellere findet. Hätte unsere Galaxie bereits Lichtgeschwindigkeit erreicht, würde gelten:

$$u = \frac{u' - c}{1 - \frac{u'}{c}} = -c, \quad u' = \frac{u + c}{1 + \frac{u}{c}} = c.$$

Wir würden dann die entfernteste Galaxie mit Lichtgeschwindigkeit von uns davonfliegen sehen, und unsere Galaxis würde mit Lichtgeschwindigkeit in die Singularität stürzen.

Es gibt auch noch weitere Indizien für die Kontraktion des Universums. Betrachten wir dazu die relativistische Energie-Impuls-Beziehung

$$E^2 = m_0^2 c^4 + \mathbf{p}^2 c^2 = m_0^2 c^4 + m^2 \mathbf{v}^2 c^2,$$

wobei E die Energie, m_0 die Ruhemasse, $\mathbf{v}$ die Geschwindigkeit und $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ den Impuls des Universums angeben. Die als Punktmasse betrachtete Masse m berechnet sich aus der Ruhemasse und der Geschwindigkeit gemäß der Einsteinschen Relation

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ersetzen wir in der Energie-Impuls-Beziehung mittels dieser Relation die Ruhemasse durch die Masse, erhalten wir die quadratische Summe aus potentieller und kinetischer Energie

$$E^2 \equiv E_{pot}^2 + E_{kin}^2 = m^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) c^4 + \frac{m_0^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} v^2.$$

Dabei hängt auch die potentielle Energie von der Geschwindigkeit ab, nur für $v = 0$ ist sie eine reine Konstante aus Ruhemasse und Lichtgeschwindigkeit:

$$E_{pot} = mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad E_{kin} = \frac{m_0 |v| c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Um die Energieumwandlung von potentieller in kinetische Energie formal zu ermöglichen, muß nur die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Ruhemasse eingeführt werden, denn nur dann erkennt man, daß $E_{pot} = 0$ für $v = c.$ Die gesamte Energie besteht in diesem Fall ausschließlich aus kinetischer Energie $E_{kin} = mc^2,$ auch wenn dabei die Masse und damit die Energie fast unendlich groß werden. Nur der starke Anstieg der Energie am Ende des Universums kann einen neuen Urknall auslösen. Auch das ist ein wesentlicher Unterschied zur herkömmlichen Theorie, welche den Urknall an den Anfang setzt. Allein die extreme Konzentration der Masse in einer räumlichen Singularität vermag den Raum explosionsartig auszudehnen, wobei dieser zu Beginn der Ausdehnung noch keine Geschwindigkeit und damit keine kinetische Energie aufgenommen hat, sondern nur eine Ruhemasse in Form von potentieller Energie besitzt. Das All startet also nach dem Urknall mit den Werten

$$E_{pot} = m_0 c^2, \quad E_{kin} = 0,$$

ganz wie ein senkrecht in die Höhe geworfener Ball im Zenit wieder zu fallen beginnt. In Abb. 1 ist die Kontraktion des Alls in Abhängigkeit von der Expansions- oder besser Kontraktionsgeschwindigkeit dargestellt. Unmittelbar nach dem Urknall, d.h. bei der Geschwindigkeit null, hat das All seine größte Ausdehnung, während sein Impuls verschwindet. Die Temperatur ist wegen der geringen Massendichte dort am niedrigsten, aber nicht null.

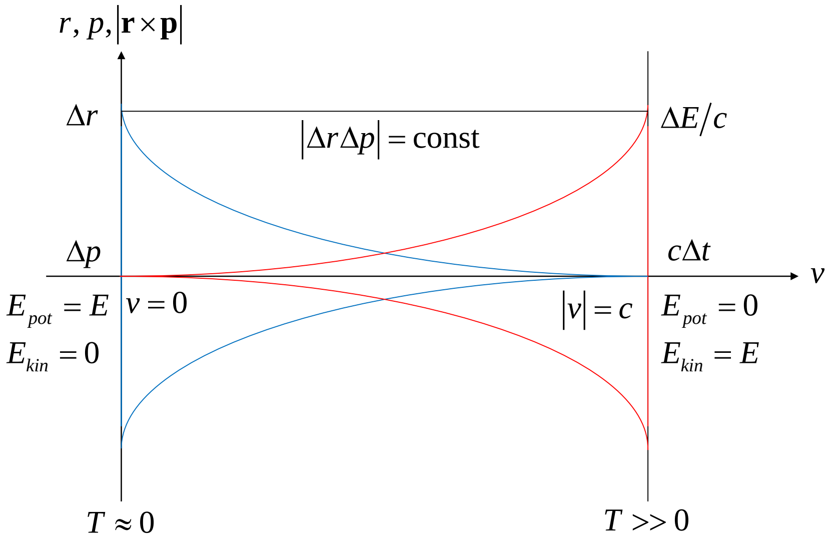

Abbildung 1. Lebenszyklus des Universums als Funktion des Geschwindigkeitsbetrags – das Produkt aus Impulsenergie (rot) und Raumzeit (blau) ist konstant

Nimmt das All aufgrund der Gravitationskraft, deren Zentrum in der Singularität liegt, Fahrt auf,[2] beschleunigt sich die Bewegung wie beim freien Fall, und Masse und Energie nehmen zu. Dazu muß das Einsteinsche Postulat, daß sich nichts in absoluter Ruhe befindet, aufgegeben werden, zumal die Singularität bereits eine Ausnahme darstellt, wenn auch möglicherweise nicht die einzige.[3] Daß die Lichtgeschwindigkeit nicht erreicht werden kann, liegt nur daran, daß der Urknall schon vorher eintritt. Energie- und Impulserhaltung gelten nämlich nur für kleine Geschwindigkeiten. Im Bereich der Lichtgeschwindigkeit ist nur noch die Wirkung, d.h. der Drehimpuls, eine Erhaltungsgröße.

[2] Im unbewegten Bezugssystem in Richtung der negativen *x*-Achse

[3] Auch der Schwarzschildradius müßte sich auf der Fläche maximaler Ausdehnung theoretisch in absoluter Ruhe befinden.

Für das Weltall gelten außerdem gesonderte Bedingungen hinsichtlich der inneren Energie, die wir der Einfachheit halber wie für ein ideales Gas berechnen wollen. Nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik gilt für den Zusammenhang zwischen innerer Energie *U*, zugeführter Wärmemenge *Q* und verrichteter Arbeit *W* die Relation

$$dU = dW + dQ = -pdV + TdS,$$

wobei *T* für die absolute Temperatur, *p* für den Druck, *V* für das Volumen und *S* für die Entropie stehen. Da dem Weltall nirgends Wärme zugeführt wird,[4] d.h. $dQ = 0$, vereinfacht sich der erste Hauptsatz zu $dU = -pdV$. Mit dem Ausdruck für die innere Energie eines idealen Gases $U = (3/2)NkT$ und der idealen Gasgleichung $pV = NkT$ nimmt dann der erste Hauptsatz die Gestalt

$$\frac{3}{2}NkdT = -NkT\frac{dV}{V}$$

an, und nach Kürzung der Konstanten und Trennung der Variablen erhalten wir eine integrierbare Differentialgleichung:

$$\frac{3}{2}\frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} = 0.$$

Die Integration in den gegebenen Grenzen ergibt

$$\frac{3}{2}\int_{T_0}^{T}\frac{dT}{T} + \int_{V_0}^{V}\frac{dV}{V} = \frac{3}{2}\ln\frac{T}{T_0} + \ln\frac{V}{V_0} = 0.$$

Diesen Ausdruck formen wir nach Substitution des Kugelvolumens $V = (4\pi/3)r^3$ um zu

$$\sqrt{\frac{T}{T_0}}^{3}\frac{V}{V_0} = \sqrt{\frac{U}{U_0}}^{3}\frac{r^3}{t_0^3} = 1,$$

wonach das Produkt aus der das All einschließenden Oberfläche und innerer Energie konstant ist:

$$4\pi r^2 U = 4\pi r_0^2 U_0,$$

d.h. die innere Energie ist nur eine Funktion der momentanen Größe des Universums, abhängig vom jeweiligen Radius *r*,

$$U(r) = \frac{3}{2}NkT_0\frac{r_0^2}{r^2}.$$

[4] d.h. die Expansion bzw. Kontraktion erfolgt abiabatisch

Sie ist für $r = r_0$, also bei maximaler Ausdehnung unmittelbar nach dem Urknall, minimal, d.h. $U(r_0) = (3/2)NkT_0$, und geht für *r* gegen Null gegen unendlich:

$$\lim_{r\to 0} U(r) = \frac{3}{2} NkT_0 r_0^2 \lim_{r\to 0} \frac{1}{r^2} = \infty.$$

Bei einem unendlich sich ausdehnenden Universum würde die innere Energie hingegen verschwinden, womit kein Potential mehr für ein neues Universum vorhanden wäre, was schlicht unmöglich ist. Unsere bisherigen Annahmen über das Universum sind somit physikalisch wie logisch unschlüssig, zum einen, weil der Begriff des Unendlichen nur als Grenzwert existiert, nicht aber als reale physikalische Größe, zum anderen, weil jede Singularität einen Ereignishorizont besitzt, hinter dem nichts mehr sichtbar ist. Dieser hängt nur von der Masse und vom Drehimpuls ab. Die Anfangstemperatur T_0 dürfte daher der Drei-Kelvin-Strahlung entsprechen, womit von einer allmählichen Abkühlung des Universums keine Rede sein kann.

Wenn also irgendwann der Andromedanebel nicht mehr am Horizont sichtbar ist, auch nicht mit dem am stärksten auflösenden Teleskop, ist der Zeitpunkt nicht mehr fern, an dem auch unsere Galaxis von dem Schwarzen Loch verschlungen wird, welches man Universum nennt,

qed

Anhang

Bisher haben wir nur mit Geschwindigkeiten gerechnet, die in Ausbreitungsrichtung lagen und uns vornehmlich auf die *x*-Komponente konzentriert. Wer möchte, kann die Rechnungen auch noch für die beiden anderen Komponenten in *y*- und *z*-Richtung durchführen. In Komponentenschreibweise lauten die Additionstheoreme

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x}, \quad u_y = \frac{u'_y}{1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad u_z = \frac{u'_z}{1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

wobei der Betrag der Geschwindigkeit im Inertialsystem gegeben ist durch

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} = \frac{\sqrt{u_x'^2 + 2vu'_x + v^2 + \left(u_y'^2 + u_z'^2\right)\left(1 - \dfrac{v^2}{c^2}\right)}}{1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x}.$$

Im bewegten Bezugssystem unserer Galaxis gilt

$$\mathbf{u}' = u'_x \mathbf{e}_x + u'_y \mathbf{e}_y + u'_z \mathbf{e}_z.$$

Mit $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_x$ ergibt sich für das Skalarprodukt der einfache Ausdruck

$$\mathbf{u}' \cdot \mathbf{v} = \left(u'_x \mathbf{e}_x + u'_y \mathbf{e}_y + u'_z \mathbf{e}_z\right) \cdot v\mathbf{e}_x = u'_x v$$

bzw. $\mathbf{u}'\cdot\mathbf{v} = u'v\cos\varphi$ wobei φ der Winkel zwischen $\mathbf{u}'$ und $\mathbf{v}$ ist. Durch Quadrieren der obigen Gleichung erhalten wir das Betragsquadrat der Geschwindigkeit im bewegten Bezugssystem:

$$u_x'^2 = \frac{(\mathbf{u}'\cdot\mathbf{v})^2}{v^2} = u'^2\cos^2\varphi.$$

Setzen wir nunmehr alle bekannten Größen ein, lautet der endgültige Ausdruck

$$u = \frac{1}{1+\dfrac{u'v\cos\varphi}{c^2}}\sqrt{u'^2 + 2u'v\cos\varphi + v^2 - \frac{u'^2v^2\sin^2\varphi}{c^2}}.$$

Für $\varphi = 0$ folgt der eindimensionale Fall

$$u = \frac{u'+v}{1+\dfrac{u'v}{c^2}},$$

und für $\varphi = \pi/2$, also senkrecht zur Bewegungsrichtung, ergibt sich

$$u = \sqrt{u'^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)+v^2}.$$

In Vektorschreibweise erhalten wir somit den geschlossenen Ausdruck

$$\mathbf{u} = \frac{1}{1+\dfrac{\mathbf{u}'\cdot\mathbf{v}}{c^2}}\left\{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\mathbf{u}' + \left[1+\frac{\mathbf{u}'\cdot\mathbf{v}}{v^2}\left(1-\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)\right]\mathbf{v}\right\}.$$

Für $\mathbf{v} = 0$ ist $\mathbf{u} = \mathbf{u}'$, und für $\mathbf{v} = c\mathbf{e}_x$ gilt der Spezialfall $\mathbf{u} = \mathbf{v}$. In diesen Ausdrücken muß dann wegen der relativistischen Täuschung das Vorzeichen von v vertauscht werden.

