

Aufgabe: Beweisen Sie, daß bei der Entstehung eines Tochter-Universums Energie und Drehimpuls erhalten bleiben und nur unter dieser Bedingung ein Urknall möglich ist.

Beweis: Energie- und Drehimpulserhaltung gelten nur in einem abgeschlossenen System. Fordert man also, daß die Erhaltungssätze auch im Universum gelten sollen, dann muß dieses ein abgeschlossenes System sein, etwa ein rotierendes Schwarzes Loch. Würde das Universum nicht rotieren, dann gäbe es keinen Drehimpuls und damit auch kein Tochter-Universum, da nichts das Schwarze Loch verlassen kann. Das Tochter-Universum ist zunächst winzig und hat nach Hawking eine extrem hohe Temperatur, die aber rasch abnimmt, wobei sich das Volumen entsprechend ausdehnt. Durch die fehlende Masse zieht sich das Mutter-Universum zusammen und erwärmt sich dabei. Da die Energieübertragung nur im Berührungspunkt stattfinden kann, zieht ein heißes Schwarzes Loch viel Masse aus dem Mutter-Universum heraus, womit der Temperatúrausgleich nach endlicher Zeit für zwei gleich große Universen sorgt. Damit ist das Tochter-Universum erwachsen geworden. Da es eine exakte Gleichheit aber aufgrund der unterschiedlichen Beschleunigungen nicht gibt, sorgt der nächste Massentransfer dafür, daß sich die energetischen Verhältnisse wie bisher fortsetzen. Das Tochter-Universum wächst weiter und wird dadurch noch kälter, während das Mutter-Universum noch mehr an Masse verliert und immer heißer wird. Trotzdem bleiben beide auf gleicher Distanz, weil sich Zentrifugalkraft und Gravitation zu jedem Zeitpunkt die Waage halten. Strahlungsverluste nach außen können nicht auftreten, weil es kein Außen gibt. Auf Massen, die durch Hawking-Strahlung in das Schwarze Loch hineinfallen, wirken keine äußeren Kräfte, da das Innere einer Sphäre kräftefrei ist.

Sei also m die Masse der Sphäre und ρ der Abstand eines Massenelements dm von der Drehachse. Dann ist das Trägheitsmoment um die z -Achse gegeben durch

$$I = \int \rho^2 dm = \sigma \int \rho^2 dA,$$

wobei $dA = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$ das sphärische Flächenelement und σ die Oberflächendichte im Abstand R vom Gravitationszentrum ist. Bei festem Abstand ist σ konstant und kann vor das Integralzeichen gezogen werden. Die Zylinderkoordinate ρ ist somit gegeben durch den Sinus des Polarwinkels θ . Mit $\rho = R \sin \theta$ lautet unser Oberflächenintegral:

$$I = \sigma R^4 \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \sigma R^4 \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta.$$

Der Radius darf vor das Integralzeichen gezogen werden, da über ihn nicht integriert wird. Integrale wie

$$\int \sin^3 x dx = -\cos x + \frac{1}{3} \cos^3 x + C$$

findet man in jeder Formelsammlung. Damit ergibt sich ein Trägheitsmoment von

$$\begin{aligned} I &= 2\pi\sigma R^4 \left[-\cos\theta + \frac{1}{3}\cos^3\theta \right]_0^\pi = 2\pi\sigma R^4 \left(-\cos\pi + \frac{1}{3}\cos^3\pi + \cos 0 - \frac{1}{3}\cos^3 0 \right) \\ &= 2\pi\sigma R^4 \left(1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} \right) = \frac{8\pi}{3}\sigma R^4. \end{aligned}$$

Da σ per Definition definiert ist durch

$$\sigma = \frac{m}{4\pi R^2},$$

ist das Trägheitsmoment der Kugel bei Rotation um ihre eigene Achse gegeben durch

$$I = \frac{8\pi}{3} \frac{m}{4\pi R^2} R^4 = \frac{2}{3} m R^2.$$

Der Eigendrehimpuls $L = I\omega$ ergibt sich einfach durch Multiplikation des Trägheitsmoments mit der Kreisfrequenz ω , mit der sich die Masse um die eigene Achse in einem raumfesten Koordinatensystem dreht:

$$L = \frac{2}{3} m R^2 \omega.$$

Betrachten wir nun zwei solcher Kugeln mit den Massen m_1 und m_2 sowie den Radien R_1 und R_2 , dann sind die Gesamtdrehimpulse der Einzelmassen gegeben durch

$$L_1 = m_1 r_1^2 \omega + \frac{2}{3} m_1 R_1^2 \omega_1 \quad \text{bzw.} \quad L_2 = m_2 r_2^2 \omega + \frac{2}{3} m_2 R_2^2 \omega_2,$$

wobei der erste Term den Drehimpuls einer Punktmasse im Abstand r_1 vom Schwerpunkt angibt und der zweite den Drehimpuls um die eigene Achse. Der Gesamtdrehimpuls des Zweikörper-Systems lautet damit:

$$L = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) \omega + \frac{2}{3} m_1 R_1^2 \omega_1 + \frac{2}{3} m_2 R_2^2 \omega_2,$$

woraus folgt, daß die Punktmassen auf ihrer Kreisbahn mit der gleichen Frequenz ω rotieren. Die Rotation um die eigene Achse erfolgt mit den Kreisfrequenzen ω_1 und ω_2 . Obwohl die Massenverteilung dieselbe ist, wird der Bahndrehimpuls wie eine Punktmasse behandelt, bei der der Abstand vom Schwerpunkt dem Abstand zum Massenmittelpunkt gleichgesetzt werden kann. Der Eigendrehimpuls wird hingegen anders berechnet, weil die Rotation um die eigene Achse die gesamte innere Massenverteilung einbezieht.

Aus der Definition des Schwerpunkts

$$\bar{r} = \frac{m_1 r_1 + m_2 (-r_2)}{m_1 + m_2},$$

den wir gleich null setzen, folgt $m_1 r_1 = m_2 r_2$. Ferner sollen die Abstände der Massen vom Schwerpunkt in der Summe den Schwarzschildradius ergeben, so dass die Sphären nicht überlappen können: $r_1 + r_2 = R_s$; denn sobald sie überlappen, verschmelzen sie. Eine stabile Kreisbahn ist nur möglich, wenn sich Gravitations- und Zentrifugalkraft das Gleichgewicht halten:

$$-\frac{Gm_1 m_2}{r^2} + \frac{m_2 c^2}{r} = 0 \quad \text{bzw.} \quad r_1 + r_2 = r = \frac{Gm_1}{c^2} = R_s.$$

Mittels dieser Bedingungen können wir die Variablen trennen:

$$m_1 r_1 = m_2 (R_s - r_1) = m_2 R_s - m_2 r_1 \quad \text{bzw.} \quad (m_1 + m_2) r_1 = m_2 R_s.$$

Mit $m_1 + m_2 = M$ ist

$$r_1 = \frac{m_2}{M} R_s \quad \text{und} \quad r_2 = \frac{m_1}{M} R_s.$$

Eliminieren wir damit die Abstände im Drehimpuls, folgt

$$\begin{aligned} L &= \left[m_1 \left(\frac{m_2}{M} R_s \right)^2 + m_2 \left(\frac{m_1}{M} R_s \right)^2 \right] \omega + \frac{2}{3} m_1 R_1^2 \omega_1 + \frac{2}{3} m_2 R_2^2 \omega_2 \\ &= \frac{m_1 m_2}{M} \frac{m_2 + m_1}{M} R_s^2 \omega + \frac{2}{3} m_1 R_1^2 \omega_1 + \frac{2}{3} m_2 R_2^2 \omega_2 \\ &= \frac{m_1 m_2}{M} \omega R_s^2 + \frac{2}{3} m_1 R_1^2 \omega_1 + \frac{2}{3} m_2 R_2^2 \omega_2. \end{aligned}$$

Die beiden Sphären seien nun Schwarze Löcher, deren Massen sich wie die Radien verhalten:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Substituieren wir in der Formel

$$L = \frac{m_1 m_2}{M} \omega R_s^2 + \frac{2}{3} m_1 \omega_1 R_1^2 + \frac{2}{3} m_2 \omega_2 R_2^2$$

die Radien durch den Schwarzschildradius mittels der Beziehungen

$$\frac{R_1}{m_1} = \frac{R_2}{m_2} = \frac{R_s}{M}, \quad \text{d.h.} \quad R_1 + R_2 = R_s,$$

ist eine Flucht aus dem Universum nicht mehr möglich. Der Drehimpuls unseres Zweikörpersystems enthält damit zwei kubische Terme:

$$L = \left\{ \frac{m_1}{M} \frac{m_2}{M} \omega + \frac{2}{3} \left[\omega_1 \left(\frac{m_1}{M} \right)^3 + \omega_2 \left(\frac{m_2}{M} \right)^3 \right] \right\} MR_s^2$$

$$= \left\{ \frac{3}{2} \frac{m_1}{M} \frac{m_2}{M} \omega + \left[\omega_1 \left(\frac{m_1}{M} \right)^3 + \omega_2 \left(\frac{m_2}{M} \right)^3 \right] \right\} \frac{2}{3} MR_s^2.$$

Ein Kosmos aus zwei Schwarzen Löchern besitzt aufgrund der Massenerhaltung am Anfang seines Lebens wegen $m_1 = M$ bzw. $m_2 = 0$ und am Ende wegen $m_1 = 0$ bzw. $m_2 = M$ nur Eigendrehimpuls:

$$L = \frac{2}{3} \omega_1 MR_s^2 = \frac{2}{3} \omega_2 MR_s^2.$$

Daraus folgt $\omega_1 = \omega_2$. In der Mitte des Lebens, d.h. bei gleichen Massen $m_1 = m_2 = M/2$, muß der Drehimpuls genauso groß sein wie zu Beginn oder am Schluß:

$$L = \left\{ \frac{3}{2} \frac{m_1}{M} \frac{m_2}{M} \frac{\omega}{\omega_1} + \left[\left(\frac{m_1}{M} \right)^3 + \left(\frac{m_2}{M} \right)^3 \right] \right\} \frac{2}{3} \omega_1 MR_s^2$$

$$= \left\{ \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^2 \frac{\omega}{\omega_1} + \left[\left(\frac{1}{2} \right)^3 + \left(\frac{1}{2} \right)^3 \right] \right\} \frac{2}{3} \omega_1 MR_s^2 = \left(\frac{3}{4} \frac{\omega}{2\omega_1} + \frac{1}{4} \right) \frac{2}{3} \omega_1 MR_s^2.$$

Aus der Konstanz des Drehimpulses schließen wir aufgrund der Abwesenheit äußerer Kräfte durch Gleichsetzen,

$$L = \left(\frac{3}{4} \frac{\omega}{2\omega_1} + \frac{1}{4} \right) \frac{2}{3} \omega_1 MR_s^2 = \frac{2}{3} \omega_1 MR_s^2,$$

daß sich die beiden Sphären mit der reduzierten Masse μ und doppelter Frequenz $\omega = 2\omega_1$ um ihren gemeinsamen Schwerpunkt drehen müssen:

$$L = \left\{ 3 \frac{m_1}{M} \frac{m_2}{M} + \left[\left(\frac{m_1}{M} \right)^3 + \left(\frac{m_2}{M} \right)^3 \right] \right\} \frac{2}{3} R_s M c = \frac{2}{3} R_s M c.$$

Dabei haben wir noch die Lichtgeschwindigkeit durch $c = \omega_1 R_s$ substituiert. Ersetzen wir in diesem Ausdruck die Massen aufgrund der Massenerhaltung durch $m_1 = m$ und $m_2 = M - m$, ergibt sich der finale Drehimpuls zu

$$L = \left[3 \frac{m}{M} \left(1 - \frac{m}{M} \right) + \left(\frac{m}{M} \right)^3 + \left(1 - \frac{m}{M} \right)^3 \right] \frac{2}{3} R_s M c.$$

An ihm erkennt man, daß wenn einer der beiden Eigendrehimpulse maximal wird, der andere gleich null ist und der Bahndrehimpuls ebenfalls. Das sieht man ganz deutlich auch in Abb. 1.

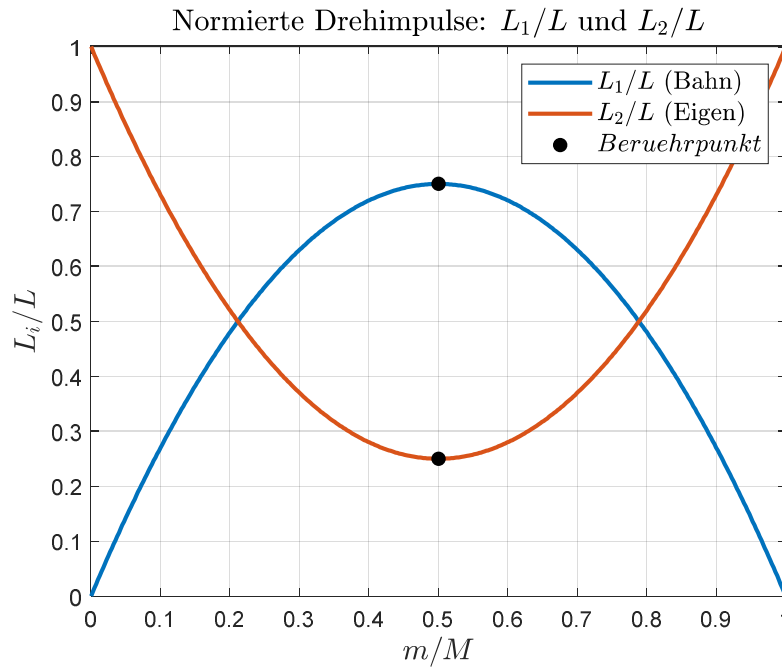


Abbildung 1. Drehimpulse eines Mutter-Tochter-Universums nach Bahn- und Eigendrehimpulsen getrennt

Wir können die kubischen Terme im letzten Ausdruck mit Hilfe der binomischen Formel

$$x^3 + (1-x)^3 = 1 - 3x + 3x^2$$

auf eine Summe zweier Parabeln zurückführen:

$$L = \left[3 \frac{m}{M} - 3 \left(\frac{m}{M} \right)^2 + 1 - 3 \frac{m}{M} + 3 \left(\frac{m}{M} \right)^2 \right] \frac{2}{3} R_s M c = \frac{2}{3} R_s M c.$$

Dabei ist

$$L = \frac{2}{3} R_s M c$$

der Gesamtdrehimpuls einer noch größeren Sphäre, welche das Tochteruniversum vollständig einschließt und diesem keine Fluchtmöglichkeit bietet. Substituieren wir $x = m/M$, ergibt sich unser Drehimpuls als Summe zweier sich überlagernder Drehimpulse, dem Bahndrehimpuls

$$L_1(x) = (3x - 3x^2) L$$

und dem aus Erhaltungsgründen komplementären Eigendrehimpuls

$$L_2(x) = 1 - L_1(x) = (1 - 3x + 3x^2) L,$$

so daß

$$L(x) = L_1 + L_2 = 3x(1-x)L + (1-3x(1-x))L.$$

Mathematikaufgabe 190

Jedes Teiluniversum rotiert mit Lichtgeschwindigkeit, daher rotiert der Bahndrehimpuls des Doppeluniversums mathematisch mit doppelter Lichtgeschwindigkeit,

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 = \frac{c}{R_s} + \frac{c}{R_s} = \frac{2c}{R_s},$$

die sich jedoch auf beide Universen aufteilt. Wir können unsere Ausgangsgleichung

$$L = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) \omega + \frac{2}{3} m_1 R_1^2 \omega_1 + \frac{2}{3} m_2 R_2^2 \omega_2$$

auch nach Gesamtdrehimpulsen der Einzelmassen aufteilen, ohne daß wir sie zusammenfassen,

$$L_1 = m_1 r_1^2 \omega + \frac{2}{3} m_1 R_1^2 \omega_1 \quad \text{bzw.} \quad L_2 = m_2 r_2^2 \omega + \frac{2}{3} m_2 R_2^2 \omega_2,$$

und mittels der Beziehungen

$$r_1 = \frac{m_2}{M} R_s \quad \text{und} \quad r_2 = \frac{m_1}{M} R_s.$$

bzw.

$$R_1 = \frac{m_1}{M} R_s \quad \text{und} \quad R_2 = \frac{m_2}{M} R_s$$

auf folgende Art zerlegen:

$$L_1 = \frac{m_1}{M} \left(\frac{m_2}{M} \right)^2 M R_s^2 \omega + \frac{2}{3} \left(\frac{m_1}{M} \right)^3 M R_s^2 \omega_1,$$
$$L_2 = \frac{m_2}{M} \left(\frac{m_1}{M} \right)^2 M R_s^2 \omega + \frac{2}{3} \left(\frac{m_2}{M} \right)^3 M R_s^2 \omega_2.$$

Mit den Ergebnissen aus dieser Gesamtbetrachtung vereinfachen sich diese Terme zu

$$L_1 = \left[3 \frac{m_1}{M} \left(\frac{m_2}{M} \right)^2 + \left(\frac{m_1}{M} \right)^3 \right] \frac{2}{3} R_s M c,$$
$$L_2 = \left[3 \frac{m_2}{M} \left(\frac{m_1}{M} \right)^2 + \left(\frac{m_2}{M} \right)^3 \right] \frac{2}{3} R_s M c.$$

In relativen Masseneinheiten ergibt sich

$$L_1(x) = (3x(1-x)^2 + x^3) L = (3x - 6x^2 + 4x^3) L,$$
$$L_2(x) = (3(1-x)x^2 + (1-x)^3) L = (1 - 3x + 6x^2 - 4x^3) L = 1 - L_1(x).$$

Diese Funktionen sind in Abb. 2 dargestellt und grundlegend von denen in Abb. 1 verschieden.

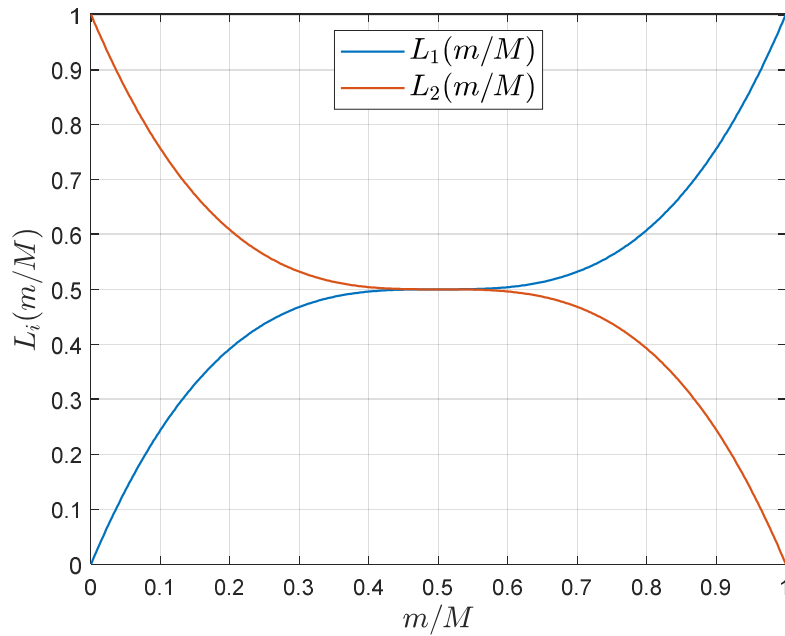


Abbildung 2. Drehimpulse eines Mutter-Tochter-Universums nach den jeweiligen Einzeldrehimpulsen getrennt

Die Drehimpulse können sich gegenseitig nur dann auslöschen, wenn es ein entsprechendes Antiuniversum gibt, das ganz aus Antimaterie besteht, mit einem genau entgegengesetzten Drehimpuls, so daß sich beide in der Summe aufheben. Es muß also gelten:

$$L_3(x) = -L_1(x) \quad \text{und} \quad L_4(x) = -L_2(x).$$

Alle vier Drehimpulse sind in Abb. 3 dargestellt und addieren sich zu null.

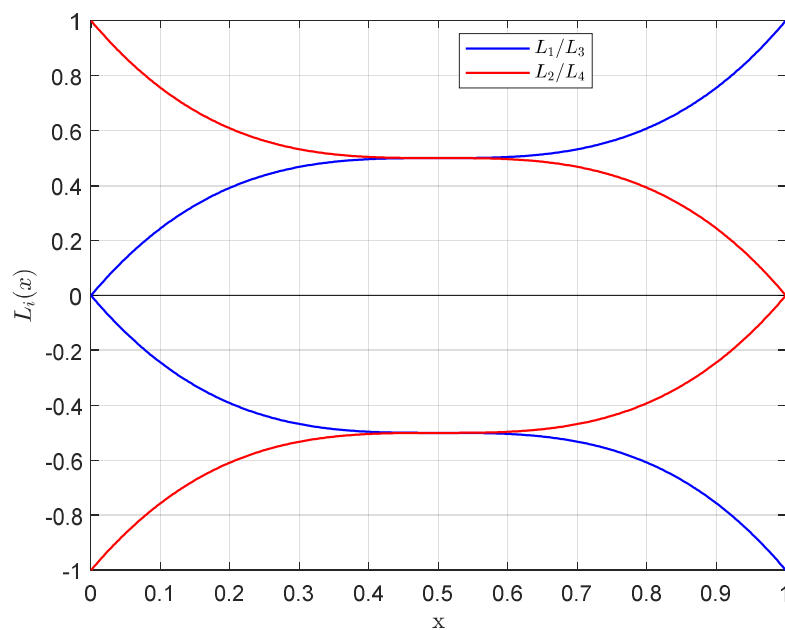


Abbildung 3. Drehimpulse eines Doppeluniversums aus Materie und Antimaterie

Es gibt aber zwei ausgezeichnete Punkte bei $x = 0$ und $x = 1$, an denen es nur zwei gleich große Massen sprich Schwarzschildradien gibt, wo die beiden Schwarzen Löcher direkten Kontakt miteinander bekommen und periodisch einen Urknall auslösen können. Wann immer es vier Universen gibt, kann das nicht geschehen, weil alle vier Radien kleiner sind als der Schwarzschildradius des Universums und die Massen sich daher nicht annihilieren können. Die Entstehung eines Tochteruniversums ist also eine logische Konsequenz des Urknalls, denn wenn es keine Tochteruniversen gäbe, bliebe es bei nur zwei Radien, die stets miteinander Kontakt hätten und sich daher sofort annihilieren würden. Wir zeigen im Anschluß noch, daß es sich mit den Energien genauso verhält wie mit den Drehimpulsen.

Die Rotationsenergie eines Mutter-Tochter-Universums berechnet sich analog zum Drehimpuls aus dem Trägheitsmoment I und der Rotationskreisfrequenz ω gemäß der Relation

$$T = \frac{1}{2} I \omega^2.$$

Die Rotationsenergie der Bahnbewegung um den Schwerpunkt erhalten wir mit dem Trägheitsmoment einer Punktmasse als Summe zweier Beiträge,

$$T_{12} = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2,$$

und die Rotationsenergie der Eigendrehung mit dem Trägheitsmoment einer Kugel zu

$$T = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{2}{3} m R^2 \omega^2 = \frac{1}{3} m R^2 \omega^2.$$

Die kinetische Energie T unseres Mutter-Tochter-Universums setzt sich also zusammen aus den drei Beiträgen

$$T_{12} = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2, \quad T_1 = \frac{1}{3} m_1 R_1^2 \omega_1^2, \quad T_2 = \frac{1}{3} m_2 R_2^2 \omega_2^2.$$

Damit haben wir folgende kinetische Energie:

$$T = T_{12} + T_1 + T_2 = \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) \omega^2 + \frac{1}{3} m_1 R_1^2 \omega_1^2 + \frac{1}{3} m_2 R_2^2 \omega_2^2.$$

Eliminieren wir wieder die relativen Abstände mittels der Beziehungen

$$r_1 = \frac{m_2}{M} R_s, \quad r_2 = \frac{m_1}{M} R_s,$$

erhalten wir eine Bahnenergie von

$$T_{12} = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{m_2}{M} R_s \right)^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{m_1}{M} R_s \right)^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{M} \frac{m_2 + m_1}{M} \omega^2 R_s^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{M} \omega^2 R_s^2.$$

Mit den Radien

$$R_1 = \frac{m_1}{M} R_s, \quad R_2 = \frac{m_2}{M} R_s$$

ergibt sich die gesamte kinetische Energie zu

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{M} \omega^2 R_s^2 + \frac{1}{3} m_1 \left(\frac{m_1}{M} R_s \right)^2 \omega_1^2 + \frac{1}{3} m_2 \left(\frac{m_2}{M} R_s \right)^2 \omega_2^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{M} \omega^2 R_s^2 + \frac{1}{3} \left[\left(\frac{m_1}{M} \right)^3 \omega_1^2 + \left(\frac{m_2}{M} \right)^3 \omega_2^2 \right] M R_s^2. \end{aligned}$$

Wegen $\omega_1 = \omega_2$ und $\omega = \omega_1 + \omega_2$ gilt

$$T = \left\{ 2 \frac{m_1 m_2}{M^2} + \frac{1}{3} \left[\left(\frac{m_1}{M} \right)^3 + \left(\frac{m_2}{M} \right)^3 \right] \right\} M c^2,$$

und mit der potentiellen Energie

$$V = F R_s = - \frac{G m_1 m_2}{R_s} = - \frac{m_1 m_2}{M} c^2$$

ist die Gesamtenergie gegeben durch

$$\begin{aligned} E = T + V &= \left\{ 2 \frac{m_1 m_2}{M^2} + \frac{1}{3} \left[\left(\frac{m_1}{M} \right)^3 + \left(\frac{m_2}{M} \right)^3 \right] \right\} M c^2 - \frac{m_1 m_2}{M} c^2 \\ &= \left\{ 2 \frac{m_1 m_2}{M^2} - \frac{m_1 m_2}{M^2} + \frac{1}{3} \left[\left(\frac{m_1}{M} \right)^3 + \left(\frac{m_2}{M} \right)^3 \right] \right\} M c^2 \\ &= \left[3 \frac{m_1 m_2}{M^2} + \left(\frac{m_1}{M} \right)^3 + \left(\frac{m_2}{M} \right)^3 \right] \frac{1}{3} M c^2. \end{aligned}$$

Setzen wir $m_1 = m$ und $m_2 = M - m$, ergibt sich

$$E = \left[3 \frac{m}{M} \left(1 - \frac{m}{M} \right) + \left(\frac{m}{M} \right)^3 + \left(1 - \frac{m}{M} \right)^3 \right] \frac{1}{3} M c^2.$$

Mit der binomischen Relation $x^3 + (1-x)^3 = 1 - 3x + 3x^2$ folgt

$$E = \left\{ 3 \frac{m}{M} - 3 \left(\frac{m}{M} \right)^2 + \left[1 - 3 \frac{m}{M} + 3 \left(\frac{m}{M} \right)^2 \right] \right\} \frac{1}{3} M c^2 = \frac{1}{3} M c^2.$$

Wenn sich also eine rotierende Sphäre in zwei Sphären aufteilt, dann ändert sich bzgl. Energie- und Drehimpulserhaltung am Gesamtsystem nichts. Der Zustand ist daher gebunden, weil die Gesamtenergie kleiner ist als die Energie der freien Bestandteile. Abb. 4 ähnelt daher vollkommen Abb. 1.

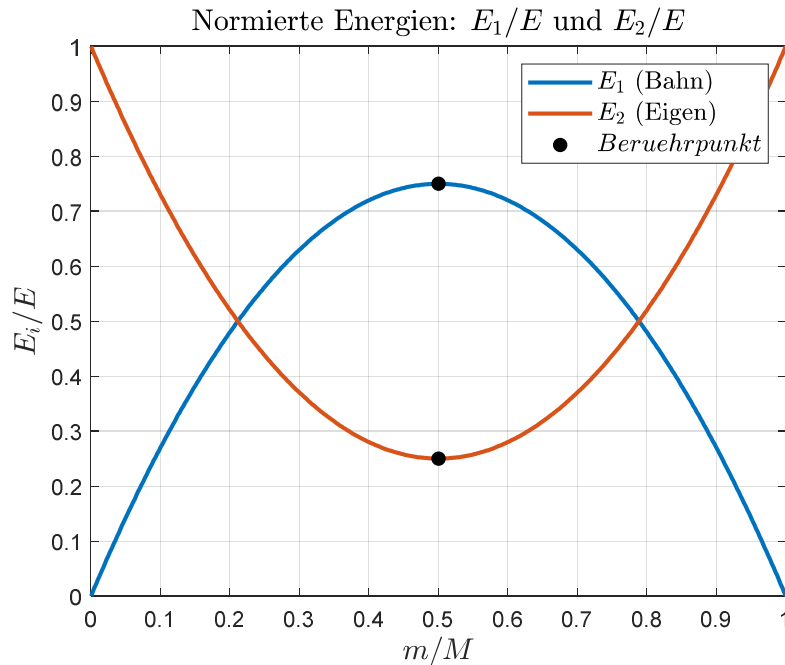


Abbildung 4. Energien eines Mutter-Tochter-Universums nach Bahn- und Eigenrotationsenergien getrennt

Man darf nun nicht dem Fehler verfallen und meinen, daß man die Radien von Mutter- und Tochter-Universum einfach linear addieren darf, um so den Schwarzschildradius zu erreichen. In einem Universum, das in der Zeit zurückläuft und sich zusammenzieht, anstatt sich auszuweiten, gelten andere Überlegungen. Erst, wenn die Zeit $t_2 = -t_1$ die Zeit $t_2 = -T_s$ erreicht hat, folgt aus $t_1 + t_2 = T_s$ durch Einsetzen $t_1 + (-T_s) = T_s$ ein Vorrücken der Zeit auf $t_1 = 2T_s$. Das hin- und das rückläufige Universum können also niemals miteinander zusammenstoßen, weil eine positive Zeit niemals mit einer negativen „kollidieren“ kann. Beide Universen befinden sich raumzeitlich an zwei getrennten Punkten. Nur bei $t_1 = t_2 = 0$ ist eine Kollision möglich, die wie gesagt den Urknall auslöst, denn nur zu diesem Zeitpunkt können Materie und Antimaterie aufeinandertreffen, und dieser Vorgang wiederholt sich periodisch nach jeder abgelaufenen Weltzeit T_s .

qed