

# Mathematikaufgabe 115

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

**Aufgabe:** Entwickeln Sie ein Sortierprogramm für konvexe Polygone.

**Lösung:** Seien  $(a_j, b_j)$ ,  $j = 1, \dots, n$  unsortierte Punkte eines konvexen Polygons, wobei  $n$  die Zahl der Ecken angibt. Diese sollen nun in die sortierten Punkte  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$  überführt werden. Betrachten wir zur Veranschaulichung ein Polygon mit  $n = 6$ , ein sogenanntes Sechsecks (Abb. 1).

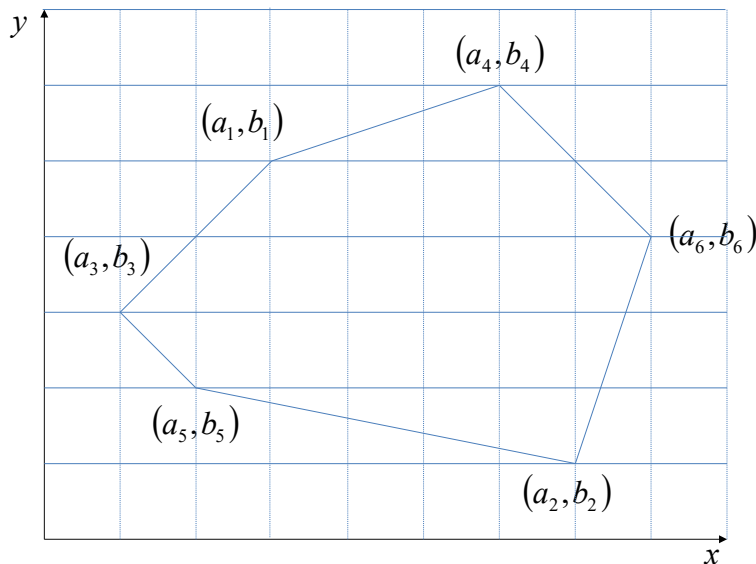


Abbildung 1. Konvexes Sechseck mit willkürlich gewählten, unsortierten Punkten

Die 6 Punkte haben die Koordinaten

$$(a_1, b_1) = (3, 5)$$

$$(a_2, b_2) = (7, 1)$$

$$(a_3, b_3) = (1, 3)$$

$$(a_4, b_4) = (6, 6)$$

$$(a_5, b_5) = (2, 2)$$

$$(a_6, b_6) = (8, 4)$$

Zunächst gilt es, den richtigen Startpunkt zu ermitteln. Dieser muß der äußerst linke Punkt unter allem unsortierten Punkten sein. Gibt es zwei unsortierte Punkte übereinander, so wäre der obere von beiden der Startpunkt.<sup>1</sup> Fragen wir der Reihe nach sämtliche  $x$ - und  $y$ -Koordinaten ab, erhalten wir das Minimum im Punkt  $(a_3, b_3) = (1, 3)$ . Es gilt also für den Startpunkt der Sortierung  $(x_1, y_2) = (a_3, b_3)$ . Die restlichen 5 Punkte ordnen wir der Größe ihrer  $x$ -Koordinaten nach, mit dem Ergebnis

$$a_3 < a_5 < a_1 < a_4 < a_2 < a_6.$$

<sup>1</sup> Drei Punkte übereinander sind nicht möglich, weil dies der Konvexitätsbedingung widerspricht.

## Mathematikaufgabe 115

Wir ziehen im weiteren nun Punkte ab, deren  $y$ -Koordinate kleiner ist als  $b_3$ . Damit liegt die Reihenfolge der ersten 4 Punkte nach aufsteigender Größe fest:

$$a_3 < a_1 < a_4 < a_6$$

Die Reihenfolge der noch verbleibenden 2 Punkte ergibt sich nach Überschreitung des Maximums nach abnehmender Größe der  $x$ -Koordinate:

$$a_2 > a_5$$

Damit erhalten wir die folgende endgültige Sortierung:

$$(x_1, y_1) = (a_3, b_3)$$

$$(x_2, y_2) = (a_1, b_1)$$

$$(x_3, y_3) = (a_4, b_4)$$

$$(x_4, y_4) = (a_6, b_6)$$

$$(x_5, y_5) = (a_2, b_2)$$

$$(x_6, y_6) = (a_5, b_5)$$

Diese ist graphisch in Abb. 2 aufgetragen.

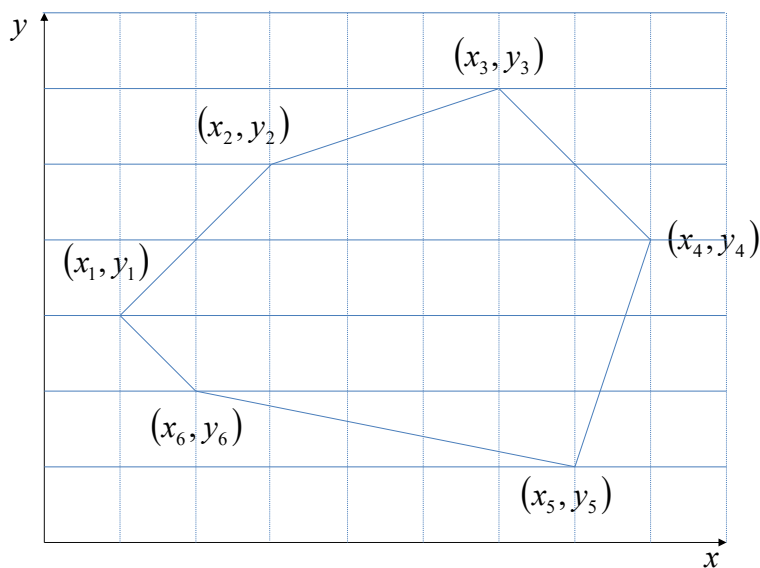


Abbildung 2. Konvexes Sechseck mit im Uhrzeigersinn angeordneten, sortierten Punkten

# Mathematikaufgabe 115

---

## Anhang

```
% Sortierprogramm für Polygone am Beispiel eines Sechsecks
clear all

n = 6; % Sechseck

% Unsortierte Punkte

a(1) = 3; b(1) = 5;
a(2) = 7; b(2) = 1;
a(3) = 1; b(3) = 3;
a(4) = 6; b(4) = 6;
a(5) = 2; b(5) = 2;
a(6) = 8; b(6) = 4;

maximum = a(1);

for i=1:n
    if a(i) > maximum
        maximum = a(i);
        imax = i;
    end
end

XY = ['a(', num2str(n), ') = ', num2str(a(imax)), '    b(', num2str(n), ') = ',
num2str(b(imax))];
disp(XY)

i = n;
as(i) = a(imax); bs(i) = b(imax);

a(n) = 0;
b(n) = 0;

maximum = a(n);
for i=1:n
    if a(i) > maximum
        maximum = a(i);
        imax = i;
    end
end

X1 = ['a(', num2str(imax), ') = ', num2str(a(imax)), '    b(', num2str(imax), ')
= ', num2str(b(imax))];
disp(X1)

i = n-1;
as(i) = a(imax); bs(i) = b(imax);

a(imax) = 0;
b(imax) = 0;

maximum = a(n);
for i=1:n
    if a(i) > maximum
        maximum = a(i);
        imax = i;
    end
end
```

# Mathematikaufgabe 115

---

```
end
```

```
XY = ['a(', num2str(imax), ') = ', num2str(a(imax)), ' b(', num2str(imax), ')  
= ', num2str(b(imax))];  
disp(XY)
```

```
i = n-2;  
as(i) = a(imax); bs(i) = b(imax);
```

```
a(imax) = 0;  
b(imax) = 0;
```

```
maximum = a(n);  
for i=1:n  
    if a(i) > maximum  
        maximum = a(i);  
        imax = i;  
    end  
end
```

```
XY = ['a(', num2str(imax), ') = ', num2str(a(imax)), ' b(', num2str(imax), ')  
= ', num2str(b(imax))];  
disp(XY)
```

```
i = n-3;  
as(i) = a(imax); bs(i) = b(imax);
```

```
a(imax) = 0;  
b(imax) = 0;
```

```
maximum = a(n);  
for i=1:n  
    if a(i) > maximum  
        maximum = a(i);  
        imax = i;  
    end  
end
```

```
XY = ['a(', num2str(imax), ') = ', num2str(a(imax)), ' b(', num2str(imax), ')  
= ', num2str(b(imax))];  
disp(XY)
```

```
i = n-4;  
as(i) = a(imax); bs(i) = b(imax);
```

```
a(imax) = 0;  
b(imax) = 0;
```

```
maximum = a(n);  
for i=1:n  
    if a(i) > maximum  
        maximum = a(i);  
        imax = i;  
    end  
end
```

```
XY = ['a(', num2str(imax), ') = ', num2str(a(imax)), ' b(', num2str(imax), ')  
= ', num2str(b(imax))];  
disp(XY)
```

# Mathematikaufgabe 115

---

```
i = n-5;
as(i) = a(imax); bs(i) = b(imax);

as;
bs;
disp(' ')
j = 0;
for i=1:n
    if bs(i) >= bs(1)
        x(i) = as(i);
        y(i) = bs(i);
        j=j+1;
        XY = ['x(',num2str(j),') = ', num2str(x(i)), '   y(',num2str(j),')
= ', num2str(y(i))];
        disp(XY)
        au(i) = 0;
        bu(i) = 0;
    else
        j = j;
        au(i) = as(i);
        bu(i) = bs(i);
    end
end

jnext = j+1;
for i=n:-1:1
    if au(i) ~= 0
        x(i) = au(i);
        y(i) = bu(i);
        XY = ['x(',num2str(jnext),') = ', num2str(x(i)), '   '
y(',num2str(jnext),') = ', num2str(y(i))];
        disp(XY)
        jnext = jnext + 1;
    else
        x(i) = 0;
        y(i) = 0;
    end
end

>> sortierung
a(6) = 8   b(6) = 4
a(2) = 7   b(2) = 1
a(4) = 6   b(4) = 6
a(1) = 3   b(1) = 5
a(5) = 2   b(5) = 2
a(3) = 1   b(3) = 3

x(1) = 1   y(1) = 3
x(2) = 3   y(2) = 5
x(3) = 6   y(3) = 6
x(4) = 8   y(4) = 4
x(5) = 7   y(5) = 1
x(6) = 2   y(6) = 2
```