Aufgabe: Wie lang dauert es, bis eine vom Mars kommende Information beantwortet wieder zurück auf dem Mars angelangt ist? Bis zu welcher Entfernung in Flugrichtung darf sich kein Hindernis befinden, das höher als die Flugfläche ist, wenn sich das manuell von der Erde aus gesteuerte Flugzeug bei Windstille mit 200 kn True Airspeed durch die Marsatmosphäre bewegt? Wie ändern sich diese Entfernungen, wenn das Flugzeug über dem Äquator fliegt und die Sonne niemals untergehen darf? Welchen Höhenunterschied am Horizont könnte ein manuell steuernder Pilot gerade noch durch ein Ausweichmanöver kompensieren? Vernachlässigen Sie die Marsekliptik und Reaktions- und Verarbeitungszeiten.

Lösung: Der Abstand *d* zwischen Erde und Mars liegt zwischen 0,372 und 2,683 AE. Dann liegt die Zeit, die ein Signal für den Weg hin und zurück benötigt, zwischen

$$t_{\min} = \frac{2d_{\min}}{c} = \frac{2 \cdot 0{,}372 \cdot 1{,}496 \cdot 10^{11}\ \text{m}}{2{,}998 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 371\,\text{s} = 6\ \text{min}\ 11\,\text{s}$$

und

$$t_{\max} = \frac{2d_{\max}}{c} = \frac{2 \cdot 2{,}683 \cdot 1{,}496 \cdot 10^{11}\ \text{m}}{2{,}998 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 2678\,\text{s} = 44\ \text{min}\ 38\,\text{s},$$

wobei *c* die Vakuumlichtgeschwindigkeit ist. 1 AE sind 149597870,7 km. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt 299793,458 km/s.

Mit einem Flugzeug, das nicht schneller fliegt als 200 kn, ergeben sich folgende Flugstrecken:

$$s_{\min} = v \cdot t_{\min} = \frac{200\ \text{nm/h} \cdot 371\ \text{h}}{3600} = 20{,}63\ \text{nm} = 38{,}2\ \text{km},$$

$$s_{\max} = v \cdot t_{\max} = \frac{200\ \text{nm/h} \cdot 2678\ \text{h}}{3600} = 148{,}76\ \text{nm} = 275{,}5\ \text{km}.$$

Nachdem die Rotationsgeschwindigkeit der Marsoberfläche relativ zum Sonnenstand am Äquator bei 467,9 kn bzw. 866,7 km/h liegt, ergeben sich folgende Grenzwerte:

$$s_{\min} = v \cdot t_{\min} = \frac{468\ \text{nm/h} \cdot 371\ \text{h}}{3600} = 48{,}26\ \text{nm} = 89{,}4\ \text{km},$$

$$s_{\max} = v \cdot t_{\max} = \frac{468\ \text{nm/h} \cdot 2678\ \text{h}}{3600} = 348{,}09\ \text{nm} = 644{,}7\ \text{km}.$$

Aufgrund einer einfachen geometrischen Überlegung (siehe Abb. 1) findet man für die nicht zu unterschreitende Flughöhe *h* über dem mittleren Nullniveau in Abhängigkeit vom Radius *R* sowie der höchsten vorkommenden Hindernishöhe Δh innerhalb der Distanz s zum Hindernis[1] die Beziehung:

$$h(s) = \Delta h + \frac{s^2}{8(R + \Delta h)}.$$

Der mittlere Marsradius R beträgt 3396,2 km. Um einem Hindernis am Äquator in 89,4 km Entfernung noch ausweichen zu können, dürfte dieses die mittlere Marsoberfläche um nicht mehr als 294 m überragen. In dieser Höhe müßte dann das Flugzeug im erdnächsten Abstand auch mindestens fliegen, um Hindernisse visuell noch rechtzeitig im voraus erkennen zu können.

Bei der reduzierten Geschwindigkeit von 200 kn am 25. Breitengrad beträgt die geforderte Mindestflughöhe 54 m. Höheren Objekten als diesen könnte man also bei manueller Steuerung von der Erde aus definitiv nicht mehr ausweichen.

Für den erdfernsten Abstand ergibt sich am Äquator bei verschwindender Hindernishöhe eine Flughöhe[2] von 15298 m, mit der reduzierten Geschwindigkeit am 25. Breitengrad hingegen eine Flughöhe von nur noch 2794 m.

Bei Hindernissen von etwa 1000 m projizierter Höhe über dem Horizont[3] muß entsprechend höher geflogen werden, sofern das Hindernis nicht umflogen werden kann. Auf dem 25. Breitengrad wären das im erdfernsten Punkt und bei reduzierter Geschwindigkeit 3793 m.

Ein Flug in Marstälern erfordert daher eine autonome Vorausregulierung, basierend auf einem dreidimensionalen Höhenprofil über die gesamte Marsoberfläche. Den aus der Speziellen Relativitätstheorie bekannten Effekt, daß Ground Controller und Local Observer sich relativ zueinander bewegen, haben wir in unserer Betrachtung außer acht gelassen. Dennoch ist das Problem der Gleichzeitigkeit, welches die beschriebene Lösung definitiv erzwingt, ein starkes „Rationale“ für Autonomie, und zwar ein um so stärkeres, je größer der zu überbrückende gegenseitige Abstand ist.

[1] Diese Formel wird im Anhang hergeleitet.

[2] In solchen Höhen würde man auf dem Mars mit Solarenergie wohl nicht mehr fliegen können.

[3] Nicht tatsächliche , sondern projizierte Höhe

Anhang:

Die Hindernisgeometrie auf der Marsoberfläche ist in Abbildung 1 dargestellt.

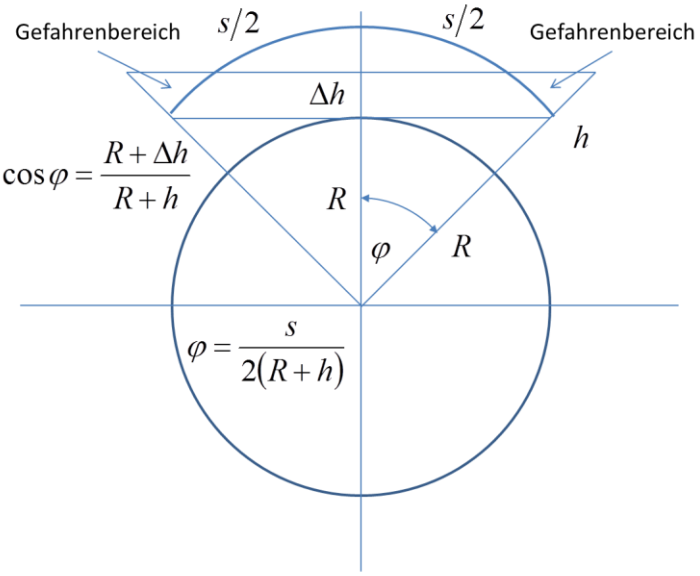

Abbildung 1. Fluggeometrie bei Annäherung an ein Hindernis

Der Abb. 1 entnehmen wir die Relationen

$$\varphi = \frac{s}{2(R+h)} \quad \text{und} \quad \cos\varphi = \frac{R+\Delta h}{R+h}.$$

Setzen wir den Winkel φ in die rechte Gleichung ein, so stellen wir fest, daß das Argument des Kosinus in dem Ausdruck

$$\cos\frac{s}{2(R+h)} = \frac{R+\Delta h}{R+h}$$

sehr viel kleiner ist als 1. Folglich können wir die Näherung

$$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$$

verwenden. Damit vereinfacht sich die obige Gleichung zu

$$1 - \frac{s^2}{8(R+h)^2} = \frac{R+\Delta h}{R+h},$$

Die wir in eine quadratische Gleichung überführen können:

$$(R+h)^2 - (R+\Delta h)(R+h) - \frac{s^2}{8} = 0.$$

Setzen wir

$$x \equiv R + h, \quad p = -(R + \Delta h), \quad q = -\frac{s^2}{8},$$

so erhalten wir die beiden Lösungen aus der Relation

$$x_{1,2} = \frac{R + \Delta h}{2} \pm \sqrt{\frac{(R + \Delta h)^2}{4} + \frac{s^2}{8}}$$

Physikalisch sinnvoll kann nur die Lösung mit dem positiven Vorzeichen sein, d.h.

$$x = \frac{R + \Delta h}{2} + \frac{R + \Delta h}{2}\sqrt{1 + \frac{s^2}{2(R + \Delta h)^2}}.$$

Setzen wir die Definition von x ein und verwenden die binomische Näherung bis zur ersten Ordnung, so ergibt sich

$$R + h = \frac{R + \Delta h}{2} + \frac{R + \Delta h}{2}\left(1 + \frac{s^2}{4(R + \Delta h)^2}\right).$$

Nachdem sich der Radius auf beiden Seiten heraushebt, erhalten wir die oben verwendete Formel

$$h(s) = \Delta h + \frac{s^2}{8(R + \Delta h)},$$

die im Falle $\Delta h = 0$ den Wert

$$h_0 = \frac{s^2}{8R}$$

annimmt.

