

Physikaufgabe 25

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

Aufgabe: Betrachten Sie das Universum in seinem Frühstadium als einatomiges ideales Gas und begründen Sie, warum die Entropie eines solchen Systems, das nach außen offen ist, abnehmen muß.

Lösung: Die ideale Gasgleichung für konstante Teilchenzahl N lautet:

$$pV = NkT,$$

wobei p der Druck des Gases ist und V sein räumliches Volumen, also die Größe des Universums. k ist die Boltzmannkonstante. Die innere Energie des Gases ist somit gegeben durch

$$U = \frac{3}{2} NkT,$$

wobei nach dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik gilt:

$$dU = TdS - pdV.$$

Andererseits erhalten wir durch Differentiation der inneren Energie

$$dU = \frac{3}{2} NkdT,$$

so daß wir nach Einsetzen der idealen Gasgleichung und Umformung zu folgendem totalen Differential kommen:

$$dS = \frac{3}{2} Nk \frac{dT}{T} + Nk \frac{dV}{V}.$$

Dieses liefert integriert die Entropieänderung

$$\Delta S = \frac{3}{2} Nk \ln \frac{T}{T_0} + Nk \ln \frac{V}{V_0},$$

wobei T_0 und V_0 Temperatur und Volumen des Universums zum Zeitpunkt des Urknalls sind. Da das Universum sich ausdehnt, d.h. $V > V_0$, kann die Entropie, wenn es sich bei der Expansion abkühlt, d.h. wenn $T < T_0$, nur abnehmen. Genauer gesagt muß gelten:

$$T < T_0 V_0^{2/3} \frac{1}{V^{2/3}}.$$

Wegen

$$T_\infty \equiv T_0 V_0^{2/3} \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V^{2/3}} = 0$$

Physikaufgabe 25

bestätigt dies den Wärmetod des Universums. Eine Zunahme der Entropie muß man aus diesem Grunde nicht fordern. Es widerspräche auch der allgemeinen Erfahrung, wonach im All immer höher organisierte Systeme hervorgebracht werden, z.B. Leben, je weiter die Ausdehnung vorschreitet.

Mit der Enthalpie $H = U + pV$ verfahren wir analog, indem wir die ideale Gasgleichung in das Differential

$$dH = dU + d(pV)$$

einsetzen. Damit erhalten wir die Enthalpieänderung des Universums zu

$$\Delta H = \frac{5}{2} Nk\Delta T.$$

Wir nehmen wegen der Bildung schwerer Elemente und der Entstehung von Galaxien und Planeten an, daß das Gleichgewicht im Universum wie bei einer chemischen Reaktion auf seiten der Edukte liegt und die Reaktion daher exergon abläuft. Folglich muß auch die freie Enthalpie des Universums abnehmen:

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S < 0.$$

Das bedeutet aufgrund der Relation $\Delta H < T\Delta S$, daß, wenn wir die obige Abschätzung einsetzen, die Enthalpieänderung negativ sein muß:

$$\Delta H < NkT_0 \ln \frac{V_0}{V} + NkT_0 \ln \frac{V}{V_0} = 0,$$

d.h. die Energieproduktion verläuft während der gesamten Expansion des Alls exotherm. Das kann auch nur so sein, sonst würde am Ende der Zeit Energie übrigbleiben, was dem Wärmetod widerspricht. Waren Materie und Energie im damals noch sehr kleinen Universum kurz nach dem Urknall vor knapp 14 Milliarden Jahren noch extrem gleichmäßig verteilt, konnten entropiebestimmte Reaktionen auch nur bei diesen hohen Temperaturen stattfinden, während energiebestimmte wie Kristallisation oder Gesteinsbildung erst bei deutlich niedrigeren Temperaturen möglich wurden. Da die Entropie temperaturabhängig ist und mit sinkender Temperatur abnimmt, kann sie am Ende des Universums nicht zugenommen haben,

qed

Anmerkung: Am Ende aller Zeit bleiben vom Kosmos nur in Kälte erstarrte Ruinen in voller Schönheit zurück – bis sie in ein Schwarzes Loch fallen.