

Physikaufgabe 24

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

Aufgabe: Beweisen Sie, daß im Falle der Drehimpulserhaltung bei geeigneter Wahl des Koordinatensystems klassisch gerechnet werden darf.

Lösung: Der Drehimpulsoperator in z-Richtung ist gegeben durch

$$\hat{L}_z \psi(x, y, z, t) = \frac{\hbar}{i} \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi(x, y, z, t).$$

In Abhängigkeit von den Ortsoperatoren

$$\hat{x} = x, \quad \hat{y} = y$$

und den Impulsoperatoren

$$\hat{p}_y = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial y}, \quad \hat{p}_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$$

folgt der Drehimpulsoperator zu

$$\hat{L}_z \equiv \hat{x}\hat{p}_y - \hat{y}\hat{p}_x.$$

Da die Kommutatoren

$$[\hat{x}, \hat{p}_y] = \hat{x}\hat{p}_y - \hat{p}_y\hat{x} = 0, \quad [\hat{y}, \hat{p}_x] = \hat{y}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{y} = 0.$$

identisch verschwinden, gilt folglich

$$\hat{L}_z \psi(x, y, z, t) = (\hat{x}\hat{p}_y - \hat{y}\hat{p}_x) \psi(x, y, z, t),$$

und der Erwartungswert des Drehimpulses kann mit beliebiger Genauigkeit bestimmt werden, d.h. es darf klassisch gerechnet werden

qed

Anmerkung: Die zwei anderen Komponenten des Drehimpulsoperators würden jedoch, wenn sie vorhanden wären, nicht miteinander kommutieren, d.h. sie würden einen Unschärfebeitrag zur z-Komponente des Drehimpulses liefern, denn es gilt auch

$$\hat{L}_z \psi(x, y, z, t) = \frac{1}{i\hbar} [\hat{L}_x, \hat{L}_y] \psi(x, y, z, t).$$