

Physikaufgabe 122

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

Aufgabe: Nach der Darwinschen Evolutionstheorie überleben nur die Stärksten. Widerlegen Sie diese These.

Beweis: Wir führen den Beweis induktiv.

Die Entropie S eines Gesamtsystems hängt nur von den Wahrscheinlichkeiten p_i der Mikrozustände ab und ist definiert als Erwartungswert der Entropien S_i , d.h.

$$S = \sum_{i=1}^n p_i S_i = -k \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i,$$

wobei k die Boltzmannkonstante ist. Ferner ist die Summe aller Wahrscheinlichkeiten gleich eins,

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1.$$

Ein Räuber-Beute-System bestehe aus N_1 Räubern mit dem für das Erlegen der Beute günstigen Allel 1 und N_2 Beutetieren mit dem für das Fluchtverhalten günstigen Allel 2, also aus

$$N = N_1 + N_2$$

Individuen. Im biologischen Gleichgewicht halten sich beide Populationen die Waage und es gilt

$$p = p_1 + p_2 \equiv \frac{N_1}{N} + \frac{N_2}{N} = 1.$$

Ein solches Räuber-Beute-System besitzt die Entropie

$$S = -k \sum_{i=1}^2 p_i \ln p_i = -k (p_1 \ln p_1 + p_2 \ln p_2).$$

Nunmehr mutiere das Allel 1 zu einem besser angepassten Allel 3. Dann ist die Entropie nach einiger Zeit

$$S = -k (\tilde{p}_1 \ln \tilde{p}_1 + p_2 \ln p_2 + p_3 \ln p_3)$$

und die Entropie nimmt wegen $\tilde{p}_1 + p_3 = p_1$ und $p_3 < p_1$ zu,

$$\begin{aligned} \Delta S_{1 \rightarrow 3} &= -k \left((p_1 - p_3) \ln (p_1 - p_3) + p_3 \ln p_3 \right) + k p_1 \ln p_1 \\ &= -k \left[p_1 \ln \left(1 - \frac{p_3}{p_1} \right) - p_3 \ln \left(\frac{p_1}{p_3} - 1 \right) \right] > 0. \end{aligned}$$

Weil sich die Beutespezies ebenfalls verbessern muß, mutiert das Beutetier-Allel 2 irgendwann zu dem vorteilhafteren Allel 4, so daß

$$S = -k (\tilde{p}_1 \ln \tilde{p}_1 + \tilde{p}_2 \ln \tilde{p}_2 + p_3 \ln p_3 + p_4 \ln p_4),$$

Physikaufgabe 122

womit die Entropie wegen $\tilde{p}_2 + p_4 = p_2$ und $p_4 < p_2$ entgegen unseren Erwartungen weiter zunimmt,

$$\Delta S_{2 \rightarrow 4} = -k \left[p_2 \ln \left(1 - \frac{p_4}{p_2} \right) - p_4 \ln \left(\frac{p_2}{p_4} - 1 \right) \right] > 0.$$

Nun sollte man meinen, daß die Allele p_1 und p_2 irgendwann aussterben, weil sie weniger angepaßt sind als p_3 und p_4 . Das ist aber nicht der Fall, denn dann hätte die Entropie wegen $p_3 = p_1$ und $p_4 = p_2$ überhaupt nicht zugenommen und es wäre

$$\Delta S = -k(p_3 \ln p_3 + p_4 \ln p_4) + k(p_1 \ln p_1 + p_2 \ln p_2) = 0$$

geblieben, was nach dem Zweiten Hauptsatz der Thermodynamik nicht möglich ist, weil die Entropie der Umgebung stets größer ist als die lokale. Falls die Allele p_1 und p_2 wirklich aussterben sollten und vollständig durch die Allele p_3 und p_4 ersetzt würden, läge der endgültige Wert bei

$$S = -k(p_3 \ln p_3 + p_4 \ln p_4)$$

und wäre praktisch identisch zur Ausgangsentropie. Es gäbe wegen $\Delta S = 0$ keine Entropieänderung, und die Entropie hätte überhaupt nicht zugenommen. Es wäre lediglich das Räuber-Beute-System (p_1, p_2) durch das Räuber-Beute-System (p_3, p_4) ersetzt worden. In der Praxis wird das aber niemals passieren, denn die alten Allele lassen sich nicht einfach auslöschen, wie man anhand der nachfolgenden Entscheidungstafel erkennt.

| | | |
|-------|-------|-------|
| | p_2 | p_4 |
| p_1 | 0 | -1 |
| p_3 | 1 | 0 |

Die Entscheidung, ob der Räuber seine Beute fängt oder die Beute dem Räuber entkommt, wird, wenn der Ausgang ungewiß ist, mit 0 bewertet, wenn der Räuber die Beute sicher fängt mit 1, und mit -1, wenn die Beute dem Räuber entkommt. Summieren wir über alle 4 Möglichkeiten, ist das Ergebnis 0 und das Räuber-Beute-System bleibt stabil. Von einem Überleben der Stärksten kann also nicht im entferntesten die Rede sein, denn im Ensemble hängt alles davon ab, wer wem begegnet, und das steuert der Zufall.

Dieses Verfahren ließe sich nun beliebig fortsetzen. Bessere Allele auf Räuberseite ziehen bessere Allele unter den Beutetieren nach sich. Das muß so sein, sonst würden die Räuber tatsächlich ihre Beute ausrotten und am Ende selbst verhungern. Mit der Zahl der Verbesserungen auf Räuberseite steigt allerdings auch die Zahl der Verbesserungen auf Beuteseite. Die Entropie nimmt dabei jedesmal zu, und die Gaußverteilung nähert sich sukzessive einer Gleichverteilung mit der maximal möglichen Unordnung. Die besten Überlebensaussichten haben daher in einer Normalverteilung weder die Stärksten noch die Schwächsten, sondern auf beiden Seiten die Mittelmäßigen, weil sie viel zahlreicher sind.

Physikaufgabe 122

Bilden wir nun für eine endliche Folge von immer besser angepaßten Allelen eine Folge von Räuber-Beute-Systemen (p_{2n+1}, p_{2n+2}) , so ändert sich abhängig von der Reihenfolge ihres Auftretens selbst dann nichts an der Feststellung, daß die neue Konfiguration die alte nicht übertreffen dürfte, auch wenn die Mittelwerte auf beiden Seiten immer besser werden. Wir haben es nämlich in einem Räuber-Beute-System mit einer sogenannten Herdenfitneß zu tun, die nicht mehr auf das einzelne Individuum abzielt, sondern gleich auf die ganze Art.

| | p_2 | p_4 | p_6 | \dots | p_{2n+2} |
|------------|----------|----------|----------|----------|------------|
| p_1 | 0 | -1 | -2 | \dots | $-n$ |
| p_3 | 1 | 0 | -1 | \dots | $-n+1$ |
| p_5 | 2 | 1 | 0 | \dots | $-n+2$ |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \ddots | \vdots |
| p_{2n+1} | n | $n-1$ | $n-2$ | \dots | 0 |

Wir können also festhalten, daß im Laufe der Evolution die am besten Angepaßten im Verhältnis immer seltener auftreten und umgekehrt auch die ganz Schlechten, ganz wie es sich für eine in die Breite gehende Normalverteilung, deren Entropie unaufhörlich zunimmt, gehört. Statistik gilt nämlich nicht nur für unbelebte Materie, sondern auch für belebte, und somit ist Herbert Spencer wohl doch ein Denkfehler unterlaufen, als er seine These aufstellte, und niemand soll sagen, er habe sich nur etwas unscharf ausgedrückt,¹

qed

¹ Der Begriff der Entropie stammt von Rudolf Clausius und ist erst seit 1865 bekannt. Das Theorem „Survival of the fittest“ wurde von Herbert Spencer aber bereits 1864 geprägt, als man noch nichts von Entropie wußte.