

Physikaufgabe 103

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

Aufgabe: Leiten Sie die Rollbedingung am Beispiel einer Billardkugel her.

Lösung: Im rotierenden Bezugssystem einer rollenden Kugel mit Radius R gilt zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω und der Geschwindigkeit v eines Punktes auf dem Äquator die Relation

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{L}{\Theta},$$

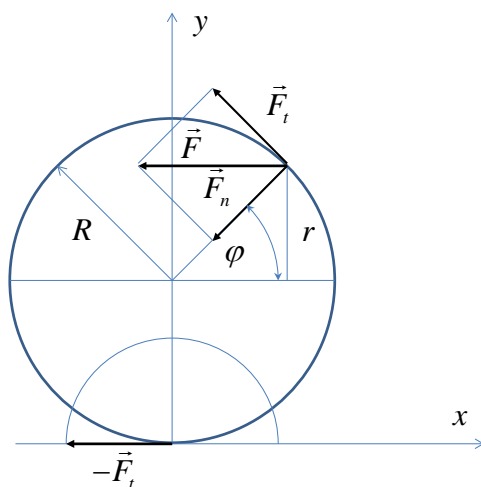
Dabei möge der Drehimpuls L parallel zur Oberfläche zeigen und senkrecht auf der Bewegungsrichtung stehen. Für das Kugelträgheitsmoment Θ gilt die bekannte Formel

$$\Theta = \frac{2}{5}mR^2,$$

wobei m die Kugelmasse ist. Wenn sich nach einer Periode T der volle Umfang der Länge $2\pi R$ in der Rollebene abgewickelt hat, kann sich der Kugelschwerpunkt nur mit derselben Geschwindigkeit wie der umlaufende Randpunkt bewegt haben:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \omega R.$$

Die Kugel hat daher nach dem Stoß den Impuls $p = mv$. Erfolgt der Stoß parallel zur Bewegungsrichtung im Abstand r von einer Ebene, die durch den Kugelmittelpunkt und parallel zur Rollebene verläuft, bekommt sie den Drehimpuls $L = rp$ übertragen, wobei $r = R \sin \varphi$. Da die Tangentialkomponente durch die Reibungskraft kompensiert wird und die Normalkomponente sich wieder zerlegen läßt in eine Kraft parallel zur Bewegungsrichtung und eine Komponente senkrecht dazu und der senkrechte Beitrag wieder kompensiert wird, bleibt nur eine konstante Kraft in Bewegungsrichtung übrig, die für einen konstanten Drehimpuls sorgt.



Setzen wir die beiden Definitionen des Drehimpulses gleich, so folgt $rp = \Theta\omega$ bzw. nach Einsetzen aller Größen

Physikaufgabe 103

$$mrv = \frac{2}{5}mR^2 \frac{v}{R}.$$

Nach Eliminierung der Geschwindigkeit und Kürzen des Radius erhalten wir schließlich die Rollbedingung

$$r = \frac{2}{5}R.$$

Eine Billardkugel darf also nie in Höhe des Kugelmittelpunkts angestoßen werden, weil sie sonst nicht ins Rollen kommt, sondern nur angeschoben wird und auf der Oberfläche gleitet.¹

¹ Aufgrund des Haftreibungswiderstands kann sie dabei sogar ins Hüpfen kommen.