

Mathematikaufgabe 83

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

Aufgabe: Wie trainieren Sie ein neuronales Netz für ein Ausweichmanöver im Luftkampf? Wie gehen Sie vor, wenn umgekehrt ein gegnerisches Luftfahrzeug abgeschossen werden soll?

Lösung: Ein erfolgreiches Ausweichmanöver definiert sich dadurch, daß der Ausweichende Zeit und Ort der Einleitung seines Manövers selbst bestimmt. Betrachten wir die folgende Situation gemäß Abb. 1. Zur Zeit $t = 0$ befinde sich der Ausweichende am Ort $x = R_1$ und $y = 0$, während der Gegner am Ort $x = R_1$ und $y = d_0$ gerade seine Munition mit der Geschwindigkeit v_2 auslöst. Der Ausweicher fliege bei Einleiten des Ausweichmanövers mit der Geschwindigkeit v_1 in den Krümmungskreis des Gegners mit Radius $R_2 > R_1$ ein. Die ausgelöste Munition des Gegners wird dadurch gezwungen, mit maximaler Querbeschleunigung¹ auf minimalem Krümmungskreis ihr Ziel gerade noch zu erreichen. Die Bahnkurve des Ausweichenden genüge als Funktion der Zeit t den Gleichungen einer Kreisbewegung mit Radius R_1 :

$$\begin{aligned}x_1(t) &= R_1 \cos \omega_1 t, \\y_1(t) &= R_1 \sin \omega_1 t,\end{aligned}$$

wobei $\omega_1 = v_1 / R_1$ die Winkelgeschwindigkeit ist.

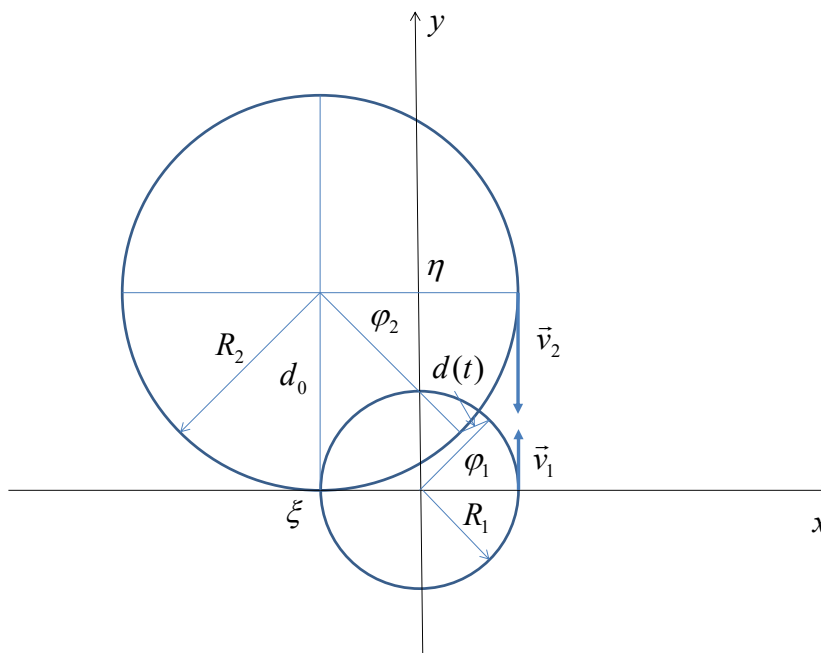


Abbildung 1. Krümmungskreise von Ausweicher 1 und gegnerischer Munition 2 bei maximaler Querbeschleunigung

Die Bahn des Angreifers gehorche den Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned}x_2(t) &= \xi + R_2 \cos \omega_2 t \\y_2(t) &= \eta - R_2 \sin \omega_2 t\end{aligned}$$

¹ Auf Vorhalt fliegend

Mathematikaufgabe 83

für eine Kreisbahn der Form

$$(x_2 - \xi)^2 + (y_2 - \eta)^2 = R_2^2.$$

Sei

$$d(t) = \sqrt{(x_2(t) - x_1(t))^2 + (y_2(t) - y_1(t))^2}$$

der Abstand der beiden Kollisionsgegner zu einer beliebigen Zeit t . Dann ist der Abstand zur Zeit $t = 0$ wegen $\xi = R_1 - R_2$ und $\eta = d_0$ gleich

$$d(0) = \sqrt{(\xi + R_2 - R_1)^2 + \eta^2} = d_0.$$

Gesucht wird das Minimum der Abstandsfunktion

$$d(t) = \sqrt{(R_1 - R_2 + R_2 \cos \omega_2 t - R_1 \cos \omega_1 t)^2 + (d_0 - R_2 \sin \omega_2 t - R_1 \sin \omega_1 t)^2},$$

welche nicht null werden darf. Um den einzuhaltenden Mindestabstand berechnen zu können, müssen wir diese Größe nach der Zeit ableiten. Da es einfacher ist, den Winkel φ_1 zu bestimmen, an dem das Abstandsminimum erreicht wird, setzen wir

$$\varphi_1 = \omega_1 t \quad \text{und} \quad \varphi_2 = \omega_2 t$$

und führen mit Hilfe der Notationen $v \equiv v_2/v_1$ und $n \equiv R_2/R_1$ die Abkürzung

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{v_2}{v_1} \frac{R_1}{R_2} = \frac{v}{n}$$

ein. Mittels der Definitionen

$$\varphi \equiv \varphi_1 \quad \text{und} \quad \varphi_n \equiv \varphi_2 = \frac{v}{n} \varphi$$

vereinfacht sich die Abstandsfunktion zu

$$d(\varphi) = \sqrt{(R_1 - R_2 + R_2 \cos \varphi_n - R_1 \cos \varphi)^2 + (d_0 - R_2 \sin \varphi_n - R_1 \sin \varphi)^2},$$

wobei $\dot{d}(t) = d'(\varphi)\omega_1$. Die erste Ableitung des Abstands nach dem Winkel ist gegeben durch

$$d'(\varphi) = \frac{(R_1 - R_2 + R_2 \cos \varphi_n - R_1 \cos \varphi)(-R_2(v/n)\sin \varphi_n + R_1 \sin \varphi)}{\sqrt{(R_1 - R_2 + R_2 \cos \varphi_n - R_1 \cos \varphi)^2 + (d_0 - R_2 \sin \varphi_n - R_1 \sin \varphi)^2}} + \frac{(d_0 - R_2 \sin \varphi_n - R_1 \sin \varphi)(-R_2(v/n)\cos \varphi_n - R_1 \cos \varphi)}{\sqrt{(R_1 - R_2 + R_2 \cos \varphi_n - R_1 \cos \varphi)^2 + (d_0 - R_2 \sin \varphi_n - R_1 \sin \varphi)^2}}.$$

Der minimale Abstand liegt demnach an einer Stelle φ , für die gilt:

Mathematikaufgabe 83

$$(vR_1 + R_2)(\sin \varphi_n \cos \varphi + \cos \varphi_n \sin \varphi) + (R_2 - R_1)(v \sin \varphi_n - \sin \varphi) - d_0(v \cos \varphi_n + \cos \varphi) = 0.$$

Um den Winkel, bei dem der Abstand d als Funktion von v und n ein Minimum aufweist, zu berechnen, bedienen wir uns eines Nullstellenverfahrens anhand der nichtlinearen Funktion

$$f(\varphi) = (v+n) \sin \left[\left(\frac{v}{n} + 1 \right) \varphi \right] + (n-1) \left(v \sin \left(\frac{v}{n} \varphi \right) - \sin \varphi \right) - \frac{d_0}{R_1} \left(v \cos \left(\frac{v}{n} \varphi \right) + \cos \varphi \right) = 0.$$

Wir finden die Nullstelle mit einem Newtonverfahren und erleichtern uns die Aufgabenstellung noch, indem wir senkrecht sich schneidende Schnittpunkte mit $d_0 = \sqrt{2R_1R_2}$ fordern. Mit der Abkürzung $\alpha = v/n$ ergibt sich damit der einfachere Ausdruck

$$f(\varphi) = n(\alpha+1) \sin(\alpha+1)\varphi + (n-1)(n\alpha \sin \alpha\varphi - \sin \varphi) - \sqrt{2n}(n\alpha \cos \alpha\varphi + \cos \varphi) = 0,$$

mit $f(0) = -\sqrt{2n}(v+1)$. Im speziellen Fall $v=n$ bzw. $\alpha=1$ kommen wir nach einigen Umformungen und mittels der Substitution $x \equiv \cos \varphi$ für die einfach aussehende Funktion

$$f(\varphi) = ((n-1)^2 + 4n \cos \varphi) \sin \varphi - \sqrt{2n}(n+1) \cos \varphi = 0.$$

immer noch auf eine Gleichung 4ten Grades, die analytisch nicht lösbar ist:

$$16n^2x^4 + 8n(n-1)^2x^3 + ((n-1)^4 + 2n(n+1)^2 - 16n^2)x^2 - 8n(n-1)^2x - (n-1)^4 = 0.$$

Selbst für $n=1$ gibt es aufgrund der in diesem Fall einfachen Beziehung für zwei gleichwertige Luftfahrzeuge, also nach Partialbruchzerlegung, immer noch zwei Lösungen der Gleichung

$$(16x^2 - 8)x^2 = 0,$$

eine für $x=0$ und eine weitere für $x = \sqrt{2}/2$, d.h. es ergeben sich Nullstellen bei

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \text{und} \quad \varphi = \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4}.$$

Bereits ab $n=2$ ist die Gleichung

$$64x^4 + 16x^3 - 27x^2 - 16x - 1 = 0$$

nicht mehr analytisch lösbar. Das Nullstellenverfahren liefert einen Winkel von $40,1^\circ$, der im Einklang mit Abb. 1 steht. Dort ist der Abstand als Funktion des Winkels für ein Verhältnis von $\alpha=1$ aufgetragen. Je nachdem, in welcher Entfernung das Ausweichmanöver eingeleitet wird, ergeben sich mehr oder minder große Annäherungen. Man erkennt, daß sich Luftfahrzeug und Lenkflugkörper desto näher kommen, je später das Ausweichmanöver eingeleitet wird. Ab etwa einem Viertel des avisierten Abstands d_0 kommen sie sich so nahe, daß von einem Abstandstreffer durch Fernzündung auszugehen ist. Es reicht also nicht, lediglich früher am errechneten Kollisionspunkt zu sein, man muß auch einen nicht zu unterschreitenden Sicherheitsabstand

Mathematikaufgabe 83

einhalten. Beide Forderungen müssen gleichzeitig berücksichtigt werden, wenn das Ausweichmanöver ein voller Erfolg werden soll.

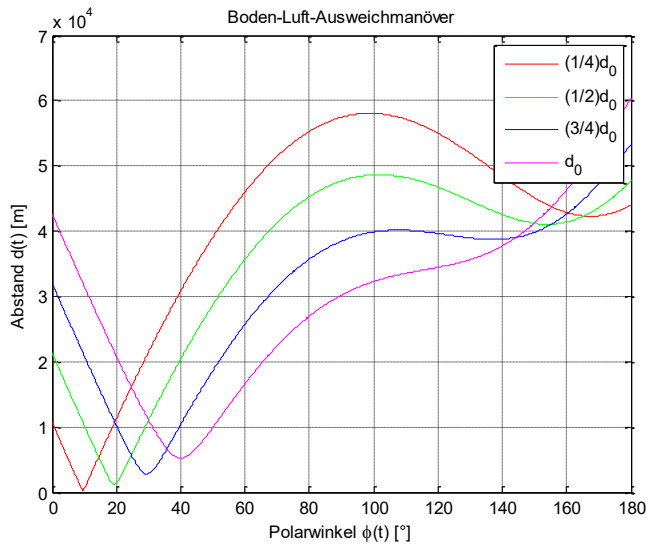


Abbildung 2. Annäherungskurve bei einem v/n -Verhältnis von 1

Der allgemeine Formalismus des Nullstellenverfahrens wird über die Funktionen

$$\begin{aligned}
 f(\varphi) &= n(\alpha + 1)\sin(\alpha + 1)\varphi + (n - 1)(n\alpha \sin \alpha\varphi - \sin \varphi) - \sqrt{2n}(n\alpha \cos \alpha\varphi + \cos \varphi) = 0, \\
 f'(\varphi) &= n(\alpha + 1)^2 \cos(\alpha + 1)\varphi + (n - 1)(n\alpha^2 \cos \alpha\varphi - \cos \varphi) + \sqrt{2n}(n\alpha^2 \sin \alpha\varphi + \sin \varphi) = 0, \\
 f''(\varphi) &= -n(\alpha + 1)^3 \sin(\alpha + 1)\varphi - (n - 1)(n\alpha^3 \sin \alpha\varphi - \sin \varphi) + \sqrt{2n}(n\alpha^3 \cos \alpha\varphi + \cos \varphi) = 0
 \end{aligned}$$

abgewickelt (siehe Programm in Anhang I). Die entsprechenden Nullstellen, auch für kleinere Anfangsabstände, sind in Abb. 3 angegeben. Sie wandern mit geringeren Abständen zu kleineren Winkeln hin.

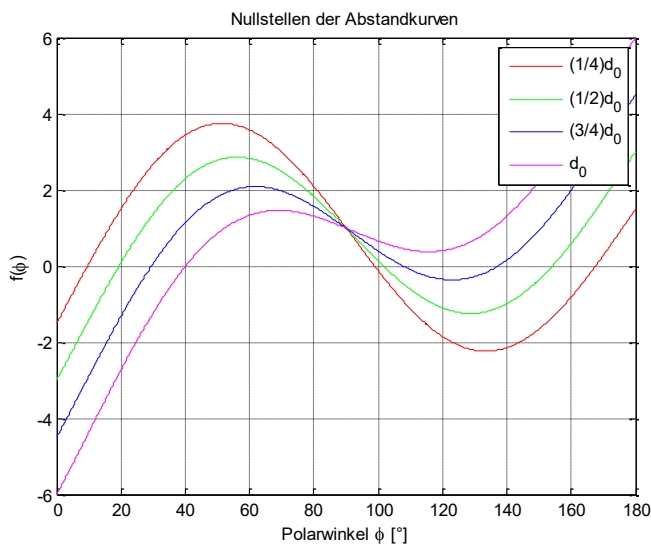


Abbildung 3. Nullstellen der Annäherungskurve bei einem v/n -Verhältnis von 1

Mathematikaufgabe 83

Ein allgemeineres Beispiel für ein α von 1,3 wird in Abb. 4 gezeigt. Die Graphiken wurden mit dem MATLAB-Programm in Anhang II erstellt. Man sieht auch hier, daß die Winkel zunehmend kleiner werden und die Sicherheitsabstände bei zu großer Annäherung abnehmen.

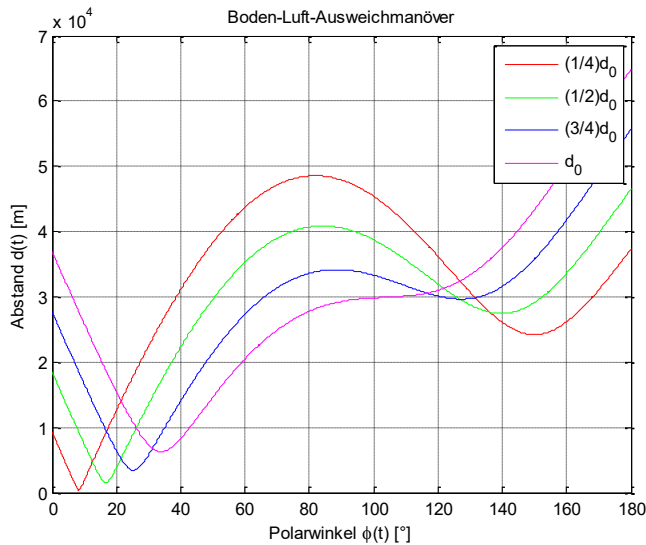


Abbildung 4. Annäherungskurve bei einem v/n -Verhältnis von 1,3

Im umgekehrten Fall, d.h. wenn man selbst ein gegnerisches Luftfahrzeug treffsicher abschließen will, müssen zuerst die Bedingungen analysiert werden, unter denen es zu einem Treffer kommt. Diese sind gegeben durch das folgende lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \xi + R_2 \cos \omega_2 t - R_1 \cos \omega_1 t &= 0, \\ \eta - R_2 \sin \omega_2 t - R_1 \sin \omega_1 t &= 0, \end{aligned}$$

welches sich übersichtlicher in Matrixform darstellt:

$$\begin{pmatrix} \cos \omega_1 t & -\cos \omega_2 t \\ \sin \omega_1 t & \sin \omega_2 t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}.$$

Die Determinante des homogenen Systems lautet

$$D = \begin{vmatrix} \cos \omega_1 t & -\cos \omega_2 t \\ \sin \omega_1 t & \sin \omega_2 t \end{vmatrix} = \cos \omega_1 t \sin \omega_2 t + \sin \omega_1 t \cos \omega_2 t = \sin(\omega_1 + \omega_2)t,$$

während die Determinanten des inhomogenen Systems sich zu

$$D_1 = \begin{vmatrix} \xi & -\cos \omega_2 t \\ \eta & \sin \omega_2 t \end{vmatrix} = \xi \sin \omega_2 t + \eta \cos \omega_2 t, \quad D_2 = \begin{vmatrix} \cos \omega_1 t & \xi \\ \sin \omega_1 t & \eta \end{vmatrix} = -\xi \sin \omega_1 t + \eta \cos \omega_1 t$$

ergeben. Daraus folgen die beiden Krümmungsradien

$$R_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{\xi \sin \omega_2 t + \eta \cos \omega_2 t}{\sin(\omega_1 + \omega_2)t} \quad \text{und} \quad R_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{-\xi \sin \omega_1 t + \eta \cos \omega_1 t}{\sin(\omega_1 + \omega_2)t}.$$

Mathematikaufgabe 83

Für ein bestimmtes Verhältnis n dieser Radien müssen wir die Gleichung

$$n = \frac{R_2}{R_1} = \frac{-\xi \sin \omega_1 t + \eta \cos \omega_1 t}{\xi \sin \omega_2 t + \eta \cos \omega_2 t}$$

nach t auflösen. Damit es zu einem Treffer kommt, muß bereits im einfacheren Falle gleicher Kreisfrequenzen $\omega_2 = \omega_1$ gelten:

$$\tan \omega_1 t = -\frac{n-1}{n+1} \frac{\eta}{\xi} = \frac{1}{n+1} \frac{d_0}{R_1}.$$

Soll also der Abstand gleich null werden, muß die Äquivalenzrelation

$$d(t) = 0 \Leftrightarrow (x_2(t) = x_1(t) \wedge y_2(t) = y_1(t))$$

erfüllt sein, und für den Abstand muß gelten:

$$d(t) = \sqrt{(R_1 - R_2 - (R_1 - R_2) \cos \omega_1 t)^2 + (d_0 - (R_1 + R_2) \sin \omega_1 t)^2} = 0.$$

Das ist nur für $R_1 = R_2$ erfüllbar, und selbst dann muß zusätzlich

$$\sin \omega_1 t = \frac{d_0}{2R_1} \leq 1$$

sein, d.h. das Manöver darf nur innerhalb eines Abstands von der Größe des Krümmungskreises stattfinden. Wird das Manöver genau im Abstand des Krümmungsradius eingeleitet, so findet der Aufschlag nach der Zeit

$$t = \frac{1}{\omega_1} \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6} \frac{1}{\omega_1}$$

statt. Man muß dabei direkt auf das Ziel zufliegen und im Abstand $\eta = d_0$ die Drehbewegung einleiten. Im Falle orthogonaler Tangenten ist diese Zeit gleich

$$t = \frac{1}{\omega_1} \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4} \frac{1}{\omega_1},$$

wobei der zugehörige Winkel in jedem Fall kleiner ist als $\pi/2$.

Im allgemeinen Fall, d.h. wenn $\omega_1 \neq \omega_2$, erhalten wir Lösungen, wenn wir die zweite Gleichung in die erste einsetzen. Dazu formen wir das Gleichungssystem wie folgt um:

$$\begin{aligned} n \cos \omega_2 t - (n-1) &= \sqrt{1 - \sin^2 \omega_1 t}, \\ \sqrt{2n} - n \sin \omega_2 t &= \sin \omega_1 t. \end{aligned}$$

Mathematikaufgabe 83

Unser Ergebnis hängt damit nur noch von der Kreisfrequenz des Gegners ω_2 ab. Nach entsprechender Auflösung und Vereinfachung ergibt sich der Ausdruck

$$(n^2 + 1)\sin^2 \omega_2 t - 2n\sqrt{2n} \sin \omega_2 t + 2n - 1 = 0.$$

Diesen können wir mit Hilfe der Substitution $x \equiv \sin \omega_2 t$ und den Koeffizienten

$$a = n^2 + 1, \quad b = -2n\sqrt{2n}, \quad c = 2n - 1$$

in eine quadratische Gleichung der Form

$$ax^2 + bx + c = 0$$

überführen, deren Lösungen mit der Diskriminante $\sqrt{b^2 - 4ac} = 2(n-1)$ gegeben sind durch

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{n\sqrt{2n} \pm (n-1)}{n^2 + 1}.$$

Diesen Lösungen entsprechen nach der zweiten Gleichung unseres Gleichungssystems die Zeiten

$$t_{1,2} = \frac{1}{\omega_1} \arcsin(\sqrt{2n} - n \sin \omega_2 t) = \frac{1}{\omega_1} \arcsin \frac{\sqrt{2n} \mp n(n-1)}{n^2 + 1},$$

unter denen nur die mit dem Pluszeichen zu positiven Winkeln führt:

$$t = \frac{1}{\omega_1} \arcsin \frac{\sqrt{2n} + n^2 - n}{n^2 + 1}.$$

Diese Zeit strebt für n gegen Unendlich einem Winkel von $\pi/2$ zu. Für $n = 1$ liegt der Winkel φ_1 bei 45° , für $n = 2$ bei $53,1^\circ$ und für $n = 3$ bei $57,7^\circ$. Gleichsetzen mit

$$t = \frac{1}{\omega_2} \arcsin \frac{n(\sqrt{2n} - 1) + 1}{n^2 + 1}$$

führt uns mit der für einen Treffer notwendigen Bedingung auf das Verhältnis der Kreisfrequenzen:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\arcsin \frac{n(\sqrt{2n} - 1) + 1}{n^2 + 1}}{\arcsin \frac{\sqrt{2n} + n^2 - n}{n^2 + 1}}.$$

Aufgabe des neuronalen Netzes ist es nun, die eigene Winkelgeschwindigkeit an die des Gegners so anzupassen, daß das jeweilige Verhältnis der Krümmungsradien genau jenen Wert ergibt, der sich nach dieser Gleichung für das Verhältnis der Kreisfrequenzen ergeben muß.

Mathematikaufgabe 83

Alternativ kann für ein festes Verhältnis der Krümmungsradien auch das Verhältnis der Bahngeschwindigkeiten angepaßt werden.

$$v = \frac{v_2}{v_1} = n \arcsin \frac{n(\sqrt{2n-1})+1}{n^2+1} \bigg/ \arcsin \frac{\sqrt{2n+n^2-n}}{n^2+1}.$$

Der Vorteil des neuronalen Netzes liegt darin, daß es die Vorgaben kennt und weiß, welche eigene Geschwindigkeit im Verhältnis zu der des Gegners geflogen werden muß, um einen Treffer zu erzielen. Die Regelung des korrekten Wertes erfolgt durch das Fehlerminimierungsverfahren. Nicht immer ist die gestellte Aufgabe allerdings so leicht zu erfüllen wie in diesem Fall, wo die Hyperfläche eine gewöhnliche Funktion einer einzigen Variablen ist. Das Gradientenabstiegsverfahren wird schlagartig komplizierter, wenn man die Forderung, daß sich die Kreistangenten orthogonal schneiden sollen, aufgibt.

Anhang I

```
% Newtonverfahren zur Abstandswinkel-Minimumsuche
clear all
n = 2;
a = 1;
v = a*n;
x(1) = 0.698;

m = 1;
f(m) = n*(a+1)*sin((a+1)*x(m))+(n-1)*(n*a*sin(a*x(m))-sin(x(m)))-
sqrt(2*n)*(n*a*cos(a*x(m))+cos(x(m)));
f1(m) = n*(a+1)^2*cos((a+1)*x(m))+(n-1)*(n*a^2*cos(a*x(m))-
cos(x(m)))+sqrt(2*n)*(n*a^2*sin(a*x(m))+sin(x(m)));
f2(m) = -n*(a+1)^3*sin((a+1)*x(m))-(n-1)*(n*a^3*sin(a*x(m))-
sin(x(m)))+sqrt(2*n)*(n*a^3*cos(a*x(m))+cos(x(m)));
h1 = abs(f2(1)*f(1)/f1(1)^2)

if h1 < 1
    while (abs(f(m)/f1(m)) > 1e-7)
        m = m + 1;
        x(m) = x(m-1) - f(m-1)/f1(m-1)
        f(m) = n*(a+1)*sin((a+1)*x(m))+(n-1)*(n*a*sin(a*x(m))-sin(x(m)))-
sqrt(2*n)*(n*a*cos(a*x(m))+cos(x(m)));
        f1(m) = n*(a+1)^2*cos((a+1)*x(m))+(n-1)*(n*a^2*cos(a*x(m))-
cos(x(m)))+sqrt(2*n)*(n*a^2*sin(a*x(m))+sin(x(m)));
    end
else
    disp('h1>1')
end

x_N = x(m)
phi = x_N/pi*180
```


Mathematikaufgabe 83

Anhang II

```
% Ausweichmanöver bei gegnerischer Annäherung
clear all

% Figur 1: Berechnung des Abstands zum Gegner in Abhängigkeit vom Drehwinkel

% Gravitationsbeschleunigung in m/s^2
g = 10;

% Eigene Quereschleunigung in g (10 m/s^2)
a_1 = 0.75*g;

% Eigene Geschwindigkeit in m/s
v_1 = 400;

% Eigener Krümmungsradius in m
R1 = v_1^2/a_1

% Eigene Winkelgeschwindigkeit in Hz
omega1 = v_1/R1;

% Krümmungsradiusverhältnis des Gegners
n = 2;

% Krümmungsradius des Gegners in m
R2 = n*R1

% Abstand zum Gegner in m bei Einleitung des Ausweichmanövers
% unter der Annahme rechtwinklig sich schneidender Tangenten
d0 = sqrt(2*n)*R1

% Geschwindigkeitsverhältnis des Gegners
v = 2;

% Gegnerische Winkelgeschwindigkeit in Hz
omega2 = v/n*omega1;

% Zahl der Stützstellen
m = 1001;

% Abstand bei Einleitung des Ausweichmanövers
d1 = 1/4*d0;

% Winkel bei Einleitung des Ausweichmanövers
phil(1) = 0;
for i=1:m
    t(i) = pi/omega1*(i-1)/(m-1);
    phil(i) = omega1*t(i)/pi*180;
    X = R1-R2+R2*cos(omega2*t(i))-R1*cos(omega1*t(i));
    Y = d1-R2*sin(omega2*t(i))-R1*sin(omega1*t(i));
    d(i) = sqrt(X^2+Y^2);
end

figure(1)
plot(phil,d,'r')
```

Mathematikaufgabe 83

```
% Abstand bei Einleitung des Ausweichmanövers
d2 = 1/2*d0;

phil(1) = 0;
for i=1:m
    t(i) = pi/omega1*(i-1)/(m-1);
    phil(i) = omega1*t(i)/pi*180;
    X = R1-R2+R2*cos(omega2*t(i))-R1*cos(omega1*t(i));
    Y = d2-R2*sin(omega2*t(i))-R1*sin(omega1*t(i));
    d(i) = sqrt(X^2+Y^2);
end
hold on
plot(phil,d,'g')

% Abstand bei Einleitung des Ausweichmanövers
d3 = 3/4*d0;

phil(1) = 0;
for i=1:m
    t(i) = pi/omega1*(i-1)/(m-1);
    phil(i) = omega1*t(i)/pi*180;
    X = R1-R2+R2*cos(omega2*t(i))-R1*cos(omega1*t(i));
    Y = d3-R2*sin(omega2*t(i))-R1*sin(omega1*t(i));
    d(i) = sqrt(X^2+Y^2);
end
hold on
plot(phil,d,'b')

% Abstand bei Einleitung des Ausweichmanövers
d4 = d0;

phil(1) = 0;
for i=1:m
    t(i) = pi/omega1*(i-1)/(m-1);
    phil(i) = omega1*t(i)/pi*180;
    X = R1-R2+R2*cos(omega2*t(i))-R1*cos(omega1*t(i));
    Y = d4-R2*sin(omega2*t(i))-R1*sin(omega1*t(i));
    d(i) = sqrt(X^2+Y^2);
end
hold on
plot(phil,d,'m')
grid on
ylabel('Abstand d(t) [m]');
xlabel('Polarwinkel \phi(t) [°]');
title('Boden-Luft-Ausweichmanöver');
legend('(1/4)d_0', '(1/2)d_0', '(3/4)d_0', 'd_0');

% Figur 2: Berechnung des Winkels des Abstandsminimums

% Zahl der Stützstellen
m = 1001;

% Relativer Abstand bei Einleitung des Ausweichmanövers
d1 = 1/4;

% Winkel bei Einleitung des Ausweichmanövers
phil(1) = 0;
```

Mathematikaufgabe 83

```
for i=1:m
    t(i) = pi/omega1*(i-1)/(m-1);
    phil(i) = omega1*t(i)/pi*180;
    f1(i) = (v+n)*sin((v/n+1)*omega1*t(i))+(n-1)*(v*sin(v/n*omega1*t(i))-
sin(omega1*t(i)))-d1*sqrt(2*n)*(v*cos(v/n*omega1*t(i))+cos(omega1*t(i)));
end

figure(2)
plot(phil,f1,'r')

% Relativer Abstand bei Einleitung des Ausweichmanövers
d2 = 1/2;

phil(1) = 0;
for i=1:m
    t(i) = pi/omega1*(i-1)/(m-1);
    phil(i) = omega1*t(i)/pi*180;
    f2(i) = (v+n)*sin((v/n+1)*omega1*t(i))+(n-1)*(v*sin(v/n*omega1*t(i))-
sin(omega1*t(i)))-d2*sqrt(2*n)*(v*cos(v/n*omega1*t(i))+cos(omega1*t(i)));
end
hold on
plot(phil,f2,'g')

% Relativer Abstand bei Einleitung des Ausweichmanövers
d3 = 3/4;

phil(1) = 0;
for i=1:m
    t(i) = pi/omega1*(i-1)/(m-1);
    phil(i) = omega1*t(i)/pi*180;
    f3(i) = (v+n)*sin((v/n+1)*omega1*t(i))+(n-1)*(v*sin(v/n*omega1*t(i))-
sin(omega1*t(i)))-d3*sqrt(2*n)*(v*cos(v/n*omega1*t(i))+cos(omega1*t(i)));
end

hold on
plot(phil,f3,'b')

% Relativer Abstand bei Einleitung des Ausweichmanövers
d4 = 1;

phil(1) = 0;

for i=1:m
    t(i) = pi/omega1*(i-1)/(m-1);
    phil(i) = omega1*t(i)/pi*180;
    f4(i) = (v+n)*sin((v/n+1)*omega1*t(i))+(n-1)*(v*sin(v/n*omega1*t(i))-
sin(omega1*t(i)))-d4*sqrt(2*n)*(v*cos(v/n*omega1*t(i))+cos(omega1*t(i)));
end
hold on
plot(phil,f4,'m')
grid on
xlabel ('Polarwinkel \phi [°]');
ylabel('f(\phi)');
title('Nullstellen der Abstandkurven');
legend('(1/4)d_0', '(1/2)d_0', '(3/4)d_0', 'd_0');
```