Aufgabe: Beweisen Sie, daß unser Rentensystem trotz massiver Zuwanderung kollabieren wird.

Beweis: Die Zuwanderung wurde immer wieder als Argument dafür angeführt, daß unsere Renten sonst nicht sicher seien[1]. Nehmen wir an, daß immer ein kompletter Jahrgang von Werktätigen die Renten des vollen Jahrgangs einer um 30 Jahre älteren Rentnergeneration bestreitet. Sei also D die Zahl der deutschen Rentner eines bestimmten Jahrgangs und A die Zahl der Rentenberechtigten mit Migrationshintergrund. Ferner sei d die Zahl der deutschen Einzahler in die Rentenkasse, d.h. die Zahl der Kinder von deutschen Rentnern ohne Migrationshintergrund, und a die entsprechende Zahl von Einzahlern von Nachfahren mit Migrationshintergrund, also die Zahl der Kinder rentenberechtigter Ausländer. Damit das Rentensystem nicht kollabiert, muß der Rentenfaktor

$$V = \frac{d+a}{D+A} \geq 1$$

sein. Da die Zahl deutscher Einzahler im Verhältnis zu den Bezugsberechtigten immer weiter sinkt, ist jedoch $d/D < 1$. Daher greift der Staat zu der scheinbar populären Maßnahme, die Stabilität der Renten zu garantieren, indem die Zahl ausländischer Einzahler schlichtweg erhöht wird, weil man offenbar der Meinung ist, Ausländer hätten eine höhere Geburtenrate als Deutsche und könnten den Geburtenrückgang ausgleichen. Wenn wir die Geburtenrate der Deutschen vor den Quotienten ziehen, können wir obige Gleichung umformen in

$$V = \frac{d}{D}\frac{1+(a/d)}{1+(A/D)}.$$

Um die niedrige Geburtenrate auszugleichen, muß entweder die Zahl der Kinder mit Migrationshintergrund gegenüber der Zahl der deutschen Kinder steigen oder die Zahl ausländischer Rentenempfänger verglichen mit der der deutschen Rentner sinken. Beides gleichzeitig erfüllen zu wollen ist ein offensichtlicher Widerspruch, denn wie sollen steigende ausländische Geburtsraten mit gleichzeitig sinkenden ausländischen Rentenempfängern vereinbar sein? Nehmen wir demnach eine direkte Proportionalität zwischen a/d und A/D an, und definieren die Variable

$$x \equiv \frac{a}{d} = \frac{A}{D},$$

so können wir den obigen Rentenfaktor umformen in eine Rentenfunktion

$$V(x) = \frac{d}{D}\frac{1+x}{1+x}.$$

[1] Dr. Norbert Blüm am 10. Oktober 1997 in einer hitzigen Debatte im Deutschen Bundestag

Egal, wie hoch der Geburtenüberschuß nun wirklich ist, so bleibt der Quotient $V(x)$ dennoch immer konstant, d.h. $V(x) = d/D$, weil sich Zähler und Nenner wegheben. Damit ist das Rentenproblem also nicht gelöst. Nun gibt es Stimmen, die die beiden Raten nicht gleich groß wähnen, sondern postulieren, daß

$$\frac{a}{d} \geq \frac{A}{D} \quad \text{für} \quad x \equiv \frac{A}{D},$$

d.h. $a/d = n \cdot x$ für $n > 1$, was eigentlich völlig unsubstantiiert ist. Damit läßt sich die Rentenforderung umformen in

$$V(x) = \frac{d}{D}\frac{1+nx}{1+x} = \frac{d}{D}\left(1 + (n-1)\frac{x}{1+x}\right) \geq 1.$$

Je weiter nun die Zahl ausländischer Rentenbezieher steigt, desto mehr nähert sich der Faktor $x/(1+x)$ der 1, so daß im Grenzfall hohen Ausländeranteils im Rentensystem der Grenzwert

$$\lim_{x\to\infty} V(x) = n\frac{d}{D}$$

erreicht wird. Gleichzeitig geht aber der Anteil d deutscher Einzahler nach jetzigen Erkenntnissen immer weiter zurück, so daß die Ungleichung $n(d/D) \geq 1$ bei nur mehr halb so vielen Einzahlern $(d/D = 0{,}5)$ selbst für fast doppelt so hohe Geburtenraten unter Ausländern – die im übrigen völlig unrealistisch sind – nicht mehr zu erfüllen ist (siehe Abb. 1), und falls doch, dann nur nach sehr langer Zeit (im Minimum, wenn die Zahl der Ausländer genauso hoch ist wie die der Deutschen):

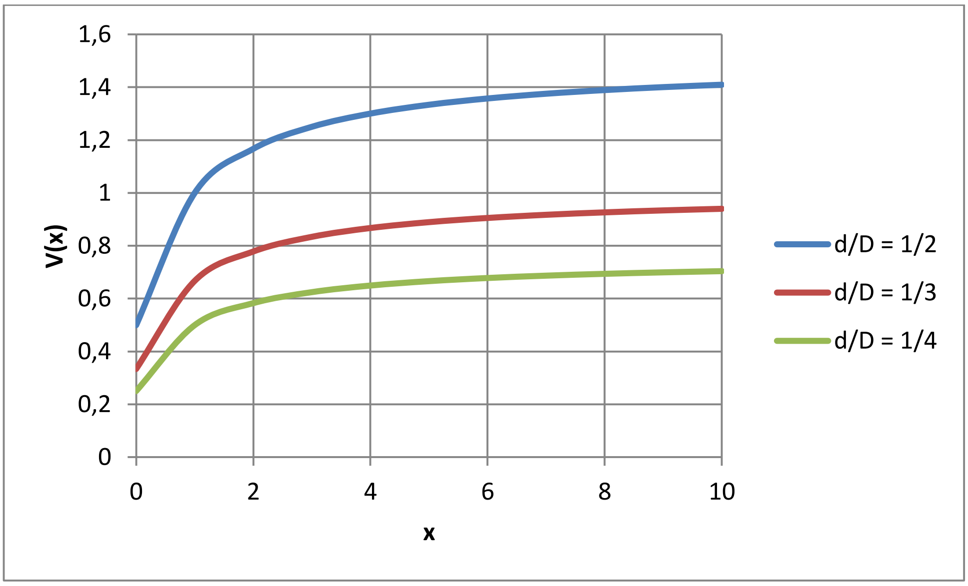

Abbildung 1. Entwicklung der Rentenfunktion nach ausländischem Rentneranteil A/D

Die Ableitungen

$$V'(x) = \frac{d}{D}\frac{n-1}{(1+x)^2}, \quad V''(x) = -2\frac{d}{D}\frac{n-1}{(1+x)^3} < 0$$

lassen indes erkennen, daß das Maximum der Funktion $V(x)$ für $n > 1$ im Unendlichen liegt und die Rentenfunktion dort ein globales Maximum aufweist. Dieses Maximum muß aber angenommen werden, solange es noch deutsche Einzahler gibt. Mithin ist die Gleichung $V(x) \geq 1$ niemals zu erfüllen, der Kollaps des Rentensystems läßt sich selbst durch massiven Zuzug nicht aufhalten.

Bei der beabsichtigten Transformation

$$V = \frac{d}{D} \to \frac{d+a}{D+A} \to \frac{a}{A}$$

wurde offenbar übersehen, daß die Aussage

$$(a > d) \wedge (A < D)$$

eine falsche Aussage ist, denn wenn $(a > d)$ eine wahre Aussage ist, kann $(A < D)$ nur eine falsche Aussage sein, und wenn $(a > d)$ eine falsche Aussage ist, muß $(A < D)$ eine wahre Aussage sein. Die konjugierte Aussage wiederum kann nur wahr sein, wenn beide Aussagen wahr sind, wie man an der Wahrheitstabelle für die Konjunktion leicht sieht:

$(a > d)$	$(A < D)$	$(a > d) \wedge (A < D)$
w	w	w
w	f	f
f	w	f
f	f	f

und beide Aussagen können niemals zugleich wahr oder falsch sein, weil sie sonst im Widerspruch zueinander stünden

qed