

Aufgabe: Beweisen Sie, daß eine Firma ihre Ausgaben im Verhältnis zu den Einnahmen steigern muß, wenn ihre Einnahmen schrumpfen.

Lösung: Das einfachste betriebswirtschaftliche Modell geht davon aus, daß der Gewinn oder Verlust g eines Unternehmens gleich der Differenz zwischen den Einnahmen e und den Ausgaben a ist, d.h.

$$g = e - a,$$

wobei Verluste negative Gewinne sind. Um profitabel zu sein, muß der Überschuß positiv sein ($g > 0$), d.h. die Einnahmen müssen die Ausgaben übersteigen bzw. $e > a$. Selbiges muß auch auf den Gewinn des nächsten Jahres gegenüber dem Vorjahr zutreffen, also $\Delta g > 0$ bzw. $\Delta e > \Delta a$. In der obigen Gleichung sind Einnahmen und Ausgaben voneinander unabhängig, d.h. g ist eine Funktion der beiden Variablen e und a . Damit lautet das totale Differential der Funktion $g = g(e, a)$:

$$\Delta g = \frac{\partial g}{\partial e} \Delta e + \frac{\partial g}{\partial a} \Delta a.$$

Die partiellen Ableitungen sind gegeben durch

$$\frac{\partial g}{\partial e} = 1 \quad \text{und} \quad \frac{\partial g}{\partial a} = -1,$$

woraus folgt: $\Delta g = \Delta e - \Delta a$. Im Unterschied zum Jahresvergleich läßt sich nunmehr die Gewinnsteigerung nicht mehr nur aus der Forderung, daß die Zunahme der Einnahmen größer sein muß als die Zunahme der Ausgaben, ableiten, denn es gibt verschiedene Möglichkeiten, wie das Soll $\Delta g > 0$ erfüllt werden kann. Wenn beispielsweise die Einnahmen einer Firma konstant bleiben ($\Delta e = 0$), so folgt aus

$$\Delta g = -\Delta a > 0,$$

daß wegen $\Delta a = a_2 - a_1 < 0$ die Ausgaben im Folgejahr gesenkt werden müssen ($a_2 < a_1$), um Gewinne gegenüber dem Vorjahr ausweisen zu können. Obwohl keine realen Einnahmesteigerungen vorhanden sind, kann dennoch ein positive Gewinnsteigerung ausgewiesen werden. Unabhängig davon kann eine Firma, selbst wenn sie die Ausgaben konstant hält ($\Delta a = 0$), nur dann Gewinne einfahren, wenn $\Delta e = \Delta g > 0$. Sie muß also wegen $\Delta e = e_2 - e_1 > 0$ im nächsten Jahr höhere Einnahmen erzielen ($e_2 > e_1$). Das kann in der Regel nur geschehen, wenn mehr Produkte zum gleichen Preis oder weniger Produkte zu einem höheren Preis verkauft werden. Wenn sich sowohl die Einnahmen als auch die Ausgaben gegenüber dem Vorjahr geändert haben, sind vier Fälle zu unterscheiden:

	$\Delta a < 0$	$\Delta a > 0$
$\Delta e < 0$	$ \Delta a > \Delta e $	\emptyset
$\Delta e > 0$	$\Delta e + \Delta a > 0$	$\Delta a < \Delta e$

Wachsen die Einnahmen gegenüber dem Vorjahr, dürfen die Ausgaben im Folgejahr nicht stärker steigen, d.h. sie müssen soweit gedrosselt werden, daß sie unter dem Einnahmezuwachs liegen. Falls die Einnahmen gegenüber dem Vorjahr hingegen sinken, müssen die Ausgaben bzw. Investitionen im Gegenzug zwar gesenkt werden, aber sie dürfen nur soweit zurückgefahren werden, daß sie den Einnahmerückgang betragsmäßig immer noch übertreffen.

Normalerweise hat eine Firma, deren Einnahmen sinken, automatisch höhere Kosten, wenn sie nichts an ihrer Situation ändert. Umgekehrt kann eine Firma, deren Einnahmen steigen, auch die Ausgaben reduzieren. Die Ausgaben sind also eine Funktion der Einnahmen, d.h. $a = a(e)$. Entsprechend gilt:

$$\Delta a = \frac{da}{de} \Delta e$$

Eingesetzt in $\Delta g = \Delta e - \Delta a$ liefert das die Beziehung

$$\Delta g = \Delta e \left(1 - \frac{da}{de} \right) > 0$$

Falls also die Einnahmen zunehmen, müssen die Ausgaben im Verhältnis zu den Einnahmen reduziert werden. Gehen die Einnahmen hingegen zurück, so müssen die Ausgaben im Verhältnis zu den Einnahmen steigen,

qed.