Aufgabe: Beweisen Sie, daß der absoluten Mehrheit keine demokratische Abstimmung zugrunde liegt.

Beweis: Von einer demokratischen Entscheidung muß erwartet werden, daß sie überhaupt möglich ist. So kann es mit nur zwei Personen prinzipiell keine Demokratie geben, denn wenn sich die beiden nicht einigen können, ist das Abstimmungsergebnis 50:50, d.h. die Entscheidung kann nicht zustande kommen. Das gleiche gilt, wenn die Zahl derer, die abstimmen müssen, geradzahlig ist, denn dann kann bei einer Pattsituation, d.h. wenn genauso viele dafür stimmen wie dagegen, keine Entscheidung herbeigeführt werden. Der kleinste Personenkreis, der zu einer demokratischen Entscheidung überhaupt fähig ist, besteht aus drei Personen, denn es können entweder alle dafür oder, wenn die Entscheidung nicht einstimmig getroffen wird, zwei dafür oder zwei dagegen sein. Die kleinste demokratische Entscheidung setzt also ein Mehrheitsverhältnis von 2:1 voraus. Weicht man bei mehreren Personen von diesem Verhältnis ab, kann die Entscheidung nur undemokratischer ausfallen. Die nächstkleinere mögliche Demokratie wäre die Fünferdemokratie, bei der eine Mehrheit dann zustande kommt, wenn drei sich dafür und zwei dagegen aussprechen. Jedoch liegt das Verhältnis bei 3:2 und ist damit schon deutlich kleiner als 2:1, weil im ungünstigsten Fall nur 60 % für eine Entscheidung zu votieren brauchen. Das ist aber schon gefährlich nahe an der Faustrechtsgrenze von 50 %. Noch pessimistischer liegen die Verhältnisse in der Siebenerdemokratie. Hier können vier dafür sein und drei dagegen, das Abstimmungsergebnis läge bei 4:3, weil im Minimum nur 57 % für eine Sache sein müssen. Im allgemeinen Fall einer ungeraden Wählerzahl von *n* Personen ist das undemokratischste Verhältnis gleich $(n-1):(n-2)$, im Falle einer geraden Wählerzahl stets gleich 1. In der nachfolgenden Tabelle sind die ungerechtesten Mehrheitsverhältnisse bis zu einer Gesamtzahl von 10 Abstimmungsberechtigten angegeben.

n	$n-1$	$n-2$	$(n-1)/(n-2)$
2	1	0	∞
3	2	1	2
4	3	2	1,5
5	4	3	1,33
6	5	4	1,25
7	6	5	1,2
8	7	6	1,17
9	8	7	1,14
10	9	8	1,13

Für *n* gegen Unendlich ergibt sich der Grenzübergang

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n-1}{n-2}=1,$$

d.h. eine Mehrheitsentscheidung nach dem Prinzip der absoluten Mehrheit wird immer ungerechter, je mehr Berechtigte sich an der Abstimmung beteiligen, geschweige denn, daß sie überhaupt möglich ist, wenn die Wählerzahl geradzahlig ist und beide Parteien gleich stark sind. Viele Menschen haben nach allgemeiner Rechtsauffassung aber den gleichen Anspruch auf Demokratie als wenige, d.h. es ist nicht einzusehen, warum ein großes Volk geringere Rechte geltend kann als eine Gruppe bestehend aus nur 3 Personen. Demokratie bemißt sich immer am kleinsten gemeinsamen Teiler, und daraus leitet sich auch die Forderung nach einer Zwei-Drittel-Mehrheit ab. Ein Mehrheitsverhältnis von 66,6 % liegt außerdem in der Nähe der Streuung σ einer Normalverteilung

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}},$$

wobei μ der Mittelwert der Gaußverteilung ist. Innerhalb dieser Verteilung liegen 100 % aller abgegebenen Stimmen, denn es gilt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} dx = 1.$$

Im Intervall $[\mu - \sigma,\ \mu + \sigma]$ lautet die zentrierte und normierte Normalverteilung:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\sigma}^{+\sigma} e^{-\frac{1}{2}\frac{x^2}{\sigma^2}} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-1}^{+1} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{1} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = 2\Phi_0(1) = 68{,}26\ \%,$$

und dieser Wert ist auffällig nahe an der Zwei-Drittel-Mehrheit. Exakt gilt: $2\Phi_0(0{,}97) = 2/3$. Demokratie sollte also wie jeder andere natürliche Prozeß auch einer Normalverteilung genügen, denn nur so kommen tragfähige Entscheidungen zustande.

qed

