

Mathematikaufgabe 156

[Home](#) | [Startseite](#) | [Impressum](#) | [Kontakt](#) | [Gästebuch](#)

Aufgabe: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, sich in Deutschland mit dem Corona-Virus anzustecken?

Lösung: Sei p die relative Häufigkeit der noch nicht Infizierten, q die relative Häufigkeit der akut Infizierten und r die relative Häufigkeit der vollständig Genesenen. Wir gehen davon aus, daß ein vollständig Genesener nicht mehr vom selben Virus infiziert werden kann und nur ein bisher noch nicht Infizierter angesteckt werden kann. Bei allen 3 Gruppen gibt es allerdings eine Dunkelziffer. Wir wissen weder, wie viele Personen mit leichten Symptomen herumlaufen, die das Virus weitergeben könnten, noch wissen wir, wie viele Personen angesteckt wurden, aber ohne es zu merken bereits wieder genesen sind. Auch wissen wir nicht, wie viele Personen gar nicht mehr angesteckt werden können, weil sie die Krankheit in der Vergangenheit unbeschadet überstanden haben und damit gegen das Virus immun sind. Zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, daß ein Infizierter einen noch nicht Infizierten ansteckt, verwenden wir das aus der Genetik bekannte Verfahren von Hardy und Weinberg, wonach sich die totale Wahrscheinlichkeit $P = 1$ wie folgt ergibt:

$$P = (p + q + r)^2 = p^2 + 2pq + 2pr + q^2 + 2qr + r^2.$$

Die in diesem Ausdruck enthaltenen Teilwahrscheinlichkeiten stehen für die in nachfolgender Tabelle beschriebenen Ereignisse.

	Wahrscheinlichkeit für das Ereignis
p^2	Nichtinfizierter trifft Nichtinfizierten
$2pq$	Nichtinfizierter trifft Infizierten
$2pr$	Nichtinfizierter trifft Nichtinfizierbaren
q^2	Infizierter trifft Infizierten
$2qr$	Infizierter trifft Nichtinfizierbaren
r^2	Nichtinfizierbarer trifft Nichtinfizierbaren

Die kritische Wahrscheinlichkeit ist $2pq$, wenn ein Nichtinfizierter einem Infizierten begegnet. Wenn also eine Dunkelziffer existiert und es weniger noch nicht Infizierte geben sollte als man glaubt, ist die berechnete Wahrscheinlichkeit in jedem Fall geringer. Wir berechnen also den *worst case*.

Mit den Daten der Johns Hopkins University vom 11. September 2020 und einer Gesamtbevölkerung Deutschlands von 83,02 Millionen (2019) ergeben sich folgende relative Häufigkeiten:

$$r = \frac{231.172}{83.020.000} = 0,002785,$$
$$q = \frac{258.851 - 231.172}{83.020.000} = \frac{27.679}{83.020.000} = 0,000333,$$
$$p = \frac{83.020.000 - 258.851}{83.020.000} = \frac{82.761.149}{83.020.000} = 0,996882.$$

Mathematikaufgabe 156

Pro Begegnung von Mensch zu Mensch gelten also folgende Wahrscheinlichkeiten:

	Wahrscheinlichkeit
p^2	0,994
$2pq$	0,000664
$2pr$	0,00555
q^2	$1,1 \cdot 10^{-7}$
$2qr$	$1,85 \cdot 10^{-6}$
r^2	$7,77 \cdot 10^{-6}$

Die Ansteckungswahrscheinlichkeit, etwa bei einer Taxifahrt mit nur einem Fahrgast, beträgt demnach $2pq = 6,64 \cdot 10^{-4}$, sie ist also so gut wie nicht vorhanden. Bei 1000 zwischenmenschlichen Begegnungen am Tag, d.h. in großen Menschenansammlungen oder in 10 Tagen mit je 100 Begegnungen täglich, steigt sie auf immerhin 66 %. Wer also isoliert nur mit seinem Partner lebt, muß nichts befürchten. Selbst am Arbeitsplatz, wenn man täglich nur mit wenigen Menschen zusammenkommt, ist das Risiko einer Ansteckung immer noch sehr gering. Man kann die Pandemie sozusagen aussitzen, in der Hoffnung, daß ein Impfstoff gefunden wird. Wenn dieser aber nicht in absehbarer Zeit verfügbar ist, werden wir im Laufe der Zeit alle angesteckt, weil sich die zwischenmenschlichen Begegnungen nicht vermeiden lassen. Es ist wie mit dem Fliegen. Man muß nur oft genug fliegen, um einmal abzustürzen.