

Aufgabe: Eine ballistische Rakete wirft nach Ausbrennen ihrer letzten Antriebsstufe dieselbige ab, um keinen unnötigen Ballast mitzuführen. Berechnen Sie, um welchen Betrag sich nach dem Impulserhaltungssatz die Geschwindigkeit der Rakete ändert.

Lösung:

Es seien m_1 die Masse der verbliebenen Missile und m_2 die Masse der leeren, abgeworfenen Triebwerksstufe, v_1 und v_2 die entsprechenden Geschwindigkeiten unmittelbar nach Abtrennung und v die Geschwindigkeit unmittelbar vor dem Abwurf.

Aus Energieerhaltungs- und Impuls- bzw. Drehimpulserhaltungssatz folgen die beiden Relationen

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \\ mv &= m_1v_1 + m_2v_2\end{aligned}$$

wobei $m = m_1 + m_2$ die Gesamtmasse ist. Dabei haben wir angenommen, daß die Absprengung in Richtung der Flugbahn eindimensional erfolgt, um diese nicht zu ändern.

Unsere beiden Gleichungen erhalten 4 Unbekannte, von denen nur eine eliminiert werden kann. Wir setzen zweckmäßigerweise v_2 aus dem Impulserhaltungssatz in den Energieerhaltungssatz ein,

$$\frac{1}{2}mm_2v^2 = \frac{1}{2}m_1m_2v_1^2 + \frac{1}{2}(mv - m_1v_1)^2,$$

und formen nach Kürzung entsprechender Terme in eine quadratische Gleichung um, d.h.

$$(v_1 - v)^2 = 0,$$

welche die Lösung $v_1 = v$ besitzt. Die Geschwindigkeit der Rakete ändert sich also durch den Abwurf einer Triebwerksstufe nicht, sehr wohl aber ihr Impuls, denn es gilt: $m_1 < m$.